

Brettsperrholz Bemessung Band II

Anwendungsfälle

Seit dem Erscheinen des Bandes I *Grundlagen für Statik und Konstruktion nach Eurocode* hat Brettsperrholz weitere Märkte erobert. Die im vorliegenden Band II beschriebenen *Anwendungsfälle* sollen Tragwerksplaner einerseits Bemessungsgrundlagen zu den Baustoffkennwerten und der Modellierung mittels Finite-Elemente-Modellierung vermitteln. Andererseits werden Fragen zur Konstruktion und Bemessung von Decken, Rippenplatten und Wänden erörtert, wie beispielsweise Kräfte in den Fugen aus Scheiben- und Plattenwirkung, Punktlasten, Öffnungen, mitwirkende Breiten und Fragen zur Schwellenpressung. Dabei fließen sowohl aktuelle wissenschaftliche Erkenntnisse als auch Erfahrungen aus dem Ingenieuralltag ein. Die ingenieurmäßigen Ansätze werden als konkrete Referenz in 15 Bemessungsbeispielen angewendet. Abschließend werden vertiefende Betrachtungen zu Schubkorrekturbeiwert, Verformungen bei lokalen Lasten und der Modellierung von Brettsperrholz als allgemeiner Trägerrost angestellt, um auch die Hintergründe zu beleuchten und tieferes Verständnis zu fördern.

Markus Wallner-Novak
Manfred Augustin
Josef Koppelhuber
Kurt Pock

pro:Holz

Impressum

Medieninhaber und Herausgeber
proHolz Austria Arbeitsgemein-
schaft der österreichischen
Holzwirtschaft zur Förderung der
Anwendung von Holz

Obmann Christoph Kulterer
Geschäftsführer Georg Binder
Projektleitung Ulrich Hübner
Am Heumarkt 12
A-1030 Wien
T + 43 (0)1/712 04 74
info@proholz.at
www.proholz.at

Finanzielle Unterstützung durch

Binderholz Bausysteme GmbH
Solvay-Halvic-Straße 46
A-5400 Hallein
T + 43 (0)6245/70 500
bbs@binderholz.com
www.binderholz.com

Mayr-Melnhof Holz Holding AG
Turmgasse 67
A-8700 Leoben
T + 43 (0)3842/300 - 0
brettsperrholz@mm-holz.com
www.mm-holz.com

HASSLACHER NORICA TIMBER
Feistritz 1
A-9751 Sachsenburg
T + 43 (0)4769/2249 - 0
info@hasslacher.at
www.hasslacher.at

KLH Massivholz GmbH
Gewerbestraße 4
A-8842 Teufenbach-Katsch
T + 43 (0)3588/8835
office@klh.at
www.klh.at

Stora Enso
Building and Living
Wisperndorf 4
A-9462 Bad St. Leonhard
T + 43 (0)4350/2301 - 3207
buildingsolutions@
storaenso.com
www.clt.info

Fachverband der Holz-
industrie Österreichs
Schwarzenbergplatz 4
A-1037 Wien
T + 43 (0)1/712 26 01
office@holzindustrie.at
www.holzindustrie.at

Umschlaggestaltung Atelier Gassner, Schlins
Reinhard Gassner, Marcel Bachmann

Druck Eberl Print, Immenstadt

1. Auflage 2018, 1.000 Stück
Preis Euro 35,- inkl. USt., exkl. Versand

ISBN 978-3-902320-96-4
ISSN 1680-4252



PEFC
PEFC/04-31-0805

Gedruckt auf PEFC zertifiziertem Papier. Dieses
Produkt stammt aus nachhaltig bewirtschafteten
Wäldern und kontrollierten Quellen. www.pefc.at

Copyright 2017 bei proHolz Austria und den
Autoren. Die Publikation und alle in ihr ent-
haltenen Beiträge und Abbildungen sind urhe-
berrechtlich geschützt. Jede Verwendung außer-
halb der Grenzen des Urheberrechts ist ohne
Zustimmung des Herausgebers unzulässig und
strafbar. proHolz Austria und die Autoren
sind bemüht, Informationen richtig und voll-
ständig zu recherchieren bzw. wiederzugeben.
Wir ersuchen jedoch um Verständnis, dass wir
für den Inhalt keine Gewähr übernehmen können.

Meine erste Begegnung mit Brettspertholz liegt mehr 25 Jahre zurück. Im Zuge unseres Bauingenieurstudiums an der TU Graz absolvierten wir ein Praktikum bei der Fa. Stingl in Trofaiach. In der Werkshalle sahen wir neuartige Bauelemente – Holzplatten aus kreuzweise verklebten Holzlamellen. Einen offiziellen Namen hatten diese Holzelemente im deutschsprachigen Raum noch nicht, man nannte sie verklebte Brettstapelelemente.

Nur ein Narr macht keine Experimente.

Charles Darwin, britischer Naturforscher (1809–1882)

Es begann eine intensive Forschungs- und Entwicklungszeit über das Trag- und Verformungsverhalten dieser Holzbauelemente, wobei an dieser Stelle festzuhalten ist, dass die Forschungsleistungen in Österreich eine wesentliche Rolle für die Entwicklung von Brettspertholz darstellen.

Auf Basis dieser experimentellen Untersuchungen wurden technischen Zulassungen, Richtlinien und Normen erarbeitet, auf deren Grundlage die Berechnung und Dimensionierung von Bauteilen aus Brettspertholz erfolgen kann.

Das Buch der Natur ist mit mathematischen Symbolen geschrieben.

Galileo Galilei, italienischer Philosoph, Mathematiker, Physiker (1564–1642)

2013 wurde vom Autorenteam M. Wallner-Novak, J. Koppelhuber und K. Pock der Bemessungsleitfaden *Brettspertholz Bemessung – Grundlagen für Statik und Konstruktion* erarbeitet und der Anwendungspraxis zur Verfügung gestellt. Dieses Buch findet sowohl in den Ingenieurbüros als auch in der Ausbildung großen Anklang und wird als praxisorientierte Unterstützung geschätzt.

Der Bemessungsleitfaden findet nun mit dem vorliegenden Band II: *Bemessung Brettspertholz – Anwendungsfälle* von den Autoren M. Wallner-Novak, M. Augustin, J. Koppelhuber und K. Pock seine Fortsetzung. Neue Themenbereiche und offene Fragestellungen für die Bemessungspraxis werden beschrieben, Grundlagen erläutert und Ingenieurmodelle für die Berechnung dargestellt. Die zahlreichen Beispiele helfen der Ingenieurin bzw. dem Ingenieur bei der Anwendung und Umsetzung der Berechnungsmodelle.

Nach den umfangreichen Forschungs- und Entwicklungsarbeiten und dem Verfassen der Zulassungen, Richtlinien und Normen, stellt das vorliegende Buch *Bemessung Brettspertholz – Anwendungsfälle* einen sinnvollen und notwendigen 3. Schritt für die praxisorientierte Anwendung von Brettspertholz dar.

Wilhelm F. Luggin

LUGGIN – Ziviltechnikergesellschaft m.b.H.

Mein Dank gilt den Mitgliedern des Autorenteam und den Mitarbeitern der *holz.bau forschung gmbh*. In zahlreichen Sitzungen diskutierten wir verschiedene Fragestellungen zum Bauen mit Brettspertholz auf hohem wissenschaftlichen und ingenieurmäßigen Niveau. Stets verfolgten wir dabei das Ziel, die Zusammenhänge möglichst praxisnah, prägnant und einfach auf den Punkt zu bringen.

Manfred Augustin und Alexandra Thiel trugen als Vertreter der akademischwissenschaftlichen Ebene zum vertieften Verständnis des Tragverhaltens von Brettspertholz bei. Die zahlreichen Bauteilversuche bestätigten eindrucksvoll die Ergebnisse. Josef Koppelhuber und Kurt Pock konnten als erfahrene Holzbau-Ingenieure ihr Know-how zum ingenieurmäßigen Zugang und der konstruktiven Umsetzung einbringen und die neu aufgearbeiteten Themen hinsichtlich der Angemessenheit ihrer Aufbereitung prüfen und kritisch beurteilen. Maria Almer danke ich für die edv-mäßige Umsetzung der Skizzen und Zeichnungen.

Markus Wallner-Novak

Inhalt

1 Einführung	7
2 Symbole	8
2.1 Großbuchstaben	8
2.2 Kleinbuchstaben	8
2.3 Griechische Buchstaben.....	10
2.4 Legende für die Grundrissdarstellung von Decken.....	10
3 Bemessungsgrundlagen	11
3.1 Baustoffkennwerte	11
3.1.1 Gewichtsmaße	11
3.1.2 Systemfestigkeit	11
3.1.3 Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte.....	12
3.1.4 Knickbeiwerte	13
3.1.5 Teilsicherheitsbeiwert	14
3.1.6 Kriechbeiwert	14
4 Decken.....	15
4.1 Schwingung von BSP-Decken	17
4.2 Öffnungen in Decken.....	24
4.3 Vertikalkräfte quer zur Spannrichtung.....	30
4.3.1 Streichlasten	31
4.3.2 Fugenquerkräfte	32
4.4 Fugenkräfte aus Scheibenwirkung	38
4.4.1 Fugenschubkräfte	40
4.4.2 Fugennormalkräfte	41
4.4.3 Fugen mit Stoßdeckungsleiste	47
4.5 Punktlasten	50
4.5.1 Lastverteilung.....	50
4.5.2 Plattentragwirkung	51
4.5.3 Querdruck	59
5 Rippenplatten.....	69
5.1 Vorbemessung	69
5.1.1 Empfehlungen für Dächer	70
5.1.2 Empfehlungen für Decken	71
5.2 Mitwirkende Breiten	72
5.2.1 Biegung.....	73
5.2.2 Schub	74
5.3 Modellbildung.....	75
5.3.1 Rippenquerschnitt als schubweicher Stab	75
5.3.2 Rippenquerschnitt als nachgiebig verbundener Stab	75
5.4 Schraubenpressklebung	76
5.5 Lokale Lasten.....	77
6 Wände.....	89
6.1 Knicken von Wänden	89
6.1.1 Brettsperrholz als schubnachgiebiger Knickstab.....	89

6.1.2 Einfluss von Öffnungen.....	93
6.2 Einleitung lokaler Lasten.....	95
6.2.1 Baupraktische Abschätzung für Einzellasten	97
6.2.2 Baupraktische Abschätzung für Teilstreckenlasten und geringe Wandhöhen.....	98
6.3 Schwellenpressung.....	101
7 Finite-Element-Modellierung	103
7.1 Rechenablauf	103
7.2 Finite-Elemente Modelle	104
7.2.1 Schalenelemente für Platten- und Scheibenwirkung.....	104
7.2.2 Schnittgrößen.....	105
7.2.3 Steifigkeiten.....	107
7.2.4 Querschnittstragfähigkeit.....	108
7.2.5 Lasteinleitungsprobleme	109
7.2.6 Singularitäten	109
7.3 BSP als orthotropes finites Element.....	110
8 Erratum und Ergänzungen zu Band 1.....	131
8.1 Erratum	131
8.1.1 Bemessungswert der Einwirkung (Tragfähigkeit).....	131
8.1.2 Herausziehen von Schrauben	131
8.1.3 Horizontalbeschleunigung Erdbeben	132
8.1.4 Allgemeines Gamma-Verfahren nach Schelling	132
8.2 Normanpassungen und neue Erkenntnisse	133
8.2.1 Mindestabständen von selbstbohrenden Holzschrauben.....	133
8.2.2 Schwingungsnachweis	133
8.2.3 Brandbemessung	133
8.2.4 Querdruk.....	133
8.2.5 Lastausbreitung am Plattenstreifen.....	134
8.2.6 Lokale Lasteinleitung in Wände	134
9 Vertiefte Betrachtungen.....	135
9.1 Bestimmung des Schubkorrekturbeiwerts	135
9.2 Verformung bei lokalen Lasten.....	140
9.2.1 Stauchung bei allgemeinen Spannungsverteilungen	140
9.2.2 Stauchung bei Kraftdurchleitung von Stützen	142
9.2.3 Stauchung bei Kraftdurchleitung von Wänden.....	143
9.3 Modellierung als allgemeiner Trägerrost	144
9.3.1 Vergleich der Differentialgleichungen	145
9.3.2 Modell für die Berechnung als Stabrost	146
9.3.3 Dreiseitig gelagerte Platten	147
10 Quellen.....	149
10.1 Normen.....	149
10.2 Literatur	150

Liste der Beispiele

Beispiel 4.1 Schwingungsnachweis einer Wohnungsdecke.....	19
Beispiel 4.2 Platte mit Öffnung.....	24
Beispiel 4.3 Deckenfeld mit Vertikallasten.....	36
Beispiel 4.4 Deckenscheibe mit horizontal und vertikal wirkenden Lasten	43
Beispiel 4.5 Verschraubung für eine Fuge mit eingelassener Decklage	48
Beispiel 4.6 Plattenstreifen mit Punktlast.....	56
Beispiel 4.7 Lastdurchleitungen von Stützen	66
Beispiel 5.1 Rippenplatte	78
Beispiel 6.1 Wand als schubnachgiebiger Stab.....	91
Beispiel 6.2 Einleitung lokaler Lasten in eine Wand	99
Beispiel 6.3 Schwellenpressung	101
Beispiel 7.1 Kennwerte für die FEM-Berechnung	110
Beispiel 7.2 Liniengelagerte Dachplatte mit beidseitigem Überstand	116
Beispiel 7.3 Vordach mit Punktlagerung	125
Beispiel 9.1 Tabellarische Berechnung des Schubkorrekturbeiwerts.....	136

1 Einführung

Aufbauend auf den in Band 1 zusammengestellten Grundlagen zur Bemessung von Brettsperrholz-Elementen nach dem Modell der Eurocodes werden im vorliegenden Band wichtige Anwendungsfälle diskutiert und als Zahlenbeispiele bearbeitet. Dafür wurde zunächst auf häufige Fragestellungen der Brettsperrholz-Industrie eingegangen.

Ziel ist einerseits die Anwendung des Rechenmodells für Brettsperrholz um die schubnachgiebige Platte bzw. den schubnachgiebigen Balken nach Timoshenko. Das ingenieurmäßig einfachere und in Band 1 vorwiegend angewandte erweiterte Gamma-Verfahren nach Schelling ist für einachsige wirkende Systeme gut geeignet, für den Einsatz als räumliches Tragwerk oder für Schlankheitsbereiche, die von der Regel abweichen ist das im Anhang von Band 1 allgemein dargelegte Modell des schubnachgiebigen Balkens zu bevorzugen.

Für die Ausarbeitung der Beispiele war es erforderlich, einerseits die baumechanischen Grundlagen aufzuarbeiten und andererseits die umfassenden Forschungsergebnisse der *holz.bau forschungs gmbh*, Graz in den Grundlagen zu Brettsperrholz zu berücksichtigen.

Um das große Potential von Brettsperrholz als tragende Fläche nutzen zu können, sind in einigen Fällen die mathematisch komplexen Zusammenhänge derart aufzubereiten, dass sie ingenieurmäßig einfach anzuwenden sind.

„Entwerfen“ heißt Entscheiden¹. Für den Tragwerksentwurf bedeutet dies, dass die Kriterien zur Entscheidungsfindung durch den Planer oder Ingenieur nicht durch unnötiges Verkomplizieren erschwert, sondern vielmehr durch einfache Grundprinzipien vereinfacht werden sollen. Diesem Ziel folgten die Verfasser in eingehenden Diskussionen in der Hoffnung das komplexe Materialverhalten für den Ingenieuralltag brauchbar darzulegen. Dabei sind die Anforderungen an die technische Richtigkeit der Modelle, die Angemessenheit der Mittel und die Nachvollziehbarkeit von Bauteilnachweisen zu vereinen.

¹ Vortrag an der ETH Zürich in Polónyi, 1987

2 Symbole

2.1 Großbuchstaben

A_{90}	Pressungsfläche
D	Lehr'sches Dämpfungsmaß
$D_{xy} = GI_T = K_{xy}$	Drillsteifigkeit
$E_{0,mean}$	Mittelwert des Elastizitätsmoduls in Richtung der Decklage
$E_{0,05}$	Fraktilwert des Elastizitätsmoduls in Richtung der Decklage für Stabilitätsuntersuchungen
$E_{90,mean}$	Mittelwert des Elastizitätsmoduls in Dickenrichtung
$G_{0,mean}$	Mittelwert des Schubmoduls für Schubbeanspruchung in longitudinale und radiale Richtung bezogen auf die Jahrringlage
$G_{0,05}$	Fraktilwert des Schubmoduls
$G_{r,mean}$	Mittelwert des Rollschubmoduls für Schubbeanspruchung in tangentialer Richtung bezogen auf die Jahrringlage
$K_y = EI_{90}$	Biegesteifigkeit für Biegung um eine Achse parallel zur Decklage
$K_x = EI_0$	Biegesteifigkeit für Biegung um eine Achse quer zur Decklage
K_{xy}	Drillsteifigkeit
M^*	Modale (schwingungsaktive) Masse
M_d	Bemessungswert des Biegemoments
$S_{xy}^* = GA_{S,xy}$	Schubsteifigkeit als Scheibe

2.2 Kleinbuchstaben

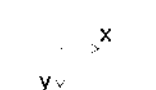
a	mittlere Brettbreite
$a_{90,d}$	Bemessungswert einer Streichlast
a_{rms}	Bewerteter Beschleunigungswert für den Schwingungsnachweis
$b_{90,ef}$	Wirksame Breite für den Querdruck
$b_{ef}, b_{M,ef}, b_{V,ef}$	Mitwirkende Breite
e_x	Abstand der Verbindungsmittel entlang der Fuge
f_1	Erste Eigenfrequenz

$f_{m,k}$	Charakteristischer Wert der Biegefestigkeit
$f_{t,0,k}$	Charakteristischer Wert der Zugfestigkeit in Faserrichtung
$f_{c,0,k}$	Charakteristischer Wert der Druckfestigkeit in Faserrichtung
$f_{c,90,k}$	Charakteristischer Wert der Querdrukfestigkeit
$f_{v,k}$	Charakteristischer Wert der Schubfestigkeit
$f_{v,T,k}$	Charakteristischer Wert der Torsions-Schubfestigkeit
$f_{v,S,k}$	Charakteristischer Wert der Scheibenschubfestigkeit – Mechanismus 1: Abscheren der einzelnen Bretter
$f_{v,T,k}$	Charakteristischer Wert der Scheibenschubfestigkeit – Mechanismus 2: Torsionsfestigkeit der Klebefugen
$f_{v,k}$	Charakteristischer Wert der Scheibenschubfestigkeit – Mechanismus 3: Schubfestigkeit Bruttoquerschnitt
k_S	Faktor für die Schubsteifigkeit
ℓ_x	Spannweite in Haupttragrichtung
$n_{xy,d}$	Fugenschubkraft, Scheibenschubkraft (Bemessungswert)
$n_{y,d}$	Bemessungswert der Fugennormalkraft
$v_{y,d}$	Bemessungswert der Fugenquerkraft
n_d	Bemessungswert einwirkender Nutzlasten
k_c	Knickbeiwert
$k_{c,90}$	Querdrukbeiwert zur Berücksichtigung der Art der Einwirkung, der Spaltgefahr und des Grades der Druckverformung
k_{cs}	Faktor zur Berücksichtigung der Schubnachgiebigkeit im Knickfall
k_{def}	Kriechverformungsbeiwert
k_{mod}	Modifikationsbeiwert für Lasteinwirkungsdauer und Feuchtegehalt
k_{ortho}	Orthotropiefaktor
k_{sys}	Beiwert für die Systemfestigkeit zur Berücksichtigung der parallelen Lastverteilung auf Brettlamellen mit angenommener Referenzbreite von 150 mm
$n_{xy,d}$	Bemessungswert der Fugenschubkraft
$n_{y,d}$	Bemessungswert der Fugennormalkraft
$v_{y,d}$	Bemessungswert der Fugenquerkraft
w_{stat}	Statische Durchbiegung zum Nachweis des Steifigkeitskriteriums bei Schwingung von BSP-Decken
x_D	Länge der Druckzone

2.3 Griechische Buchstaben

α	Lastausbreitungswinkel, Faktor zur Berücksichtigung der Frequenzeinwirkung durch Gehen
β_c	Imperfektionsbeiwert für den Knicknachweis
γ_k	Charakteristischer Wert der Gewichtskraft je Volumeneinheit (Wichte)
γ_M	Teilsicherheitsbeiwert für Bastoffeigenschaften
χ oder κ	Schubkorrekturfaktor
λ	Schlankheit
ρ_k	Charakteristischer Wert der Rohdichte
ρ_{mean}	Mittelwert der Rohdichte

2.4 Legende für die Grundrissdarstellung von Decken

	Rand eines Deckenfeldes
	Rand mit vertikaler Lagerung
	Rand mit horizontaler Lagerung
	Rand mit vertikaler und horizontaler Lagerung
	eingespannter Rand
	Fuge (gelenkig)
	Haupttragrichtung (x, 0°)
	Nebentragrichtung (y, 90°)
	Lokales Koordinatensystem x -Achse parallel zur Decklage (Haupttragrichtung)
	Öffnung
	Punktlagerung
	Punktlast

3 Bemessungsgrundlagen

3.1 Baustoffkennwerte

Das Kennwertesystem von Band 1 wurde in Anlehnung an die Normfestlegungen in ÖNORM B 1995-1-1:2015 angepasst. Diesem Band liegen daher die in diesem Kapitel angeführten Baustoffkennwerte nach diesen Festlegungen zu Grunde. Als Ausgangsmaterial werden Brettlamellen der Festigkeitsklasse T24 (entsprechend C24) angenommen.

Alle im vorliegenden Band aufgestellten Berechnungsmodelle gelten unabhängig vom Materialsystem. Anpassungen der Kennwerte an herstellerspezifische Zulassungen oder Neufestlegungen in den Normen sind daher jederzeit möglich.

Auf europäischer Ebene arbeitet die Arbeitsgruppe ‚CEN TC250 SC5 WG1‘ an der Aufnahme von Brettsperrholz in das Grunddokument des Eurocode 5 (EN 1995-1-1). Die Entwicklung weist hier in Richtung einer höheren Bewertung der Rollschubeigenschaften der Querlagen, sowohl hinsichtlich ihrer Festigkeit als auch ihrer Steifigkeit. Aus heutiger Sicht sind Normanpassungen von weiteren Kennwerten oder Nachweismodellen nicht im Detail absehbar. Tendenziell ist von einer geringfügigen Erhöhung einzelner Festigkeitswerte auszugehen.

3.1.1 Gewichtsmaße

Tabelle 3-1 allgemeine Baustoffkennwerte

Wichte (für Lastannahmen lt. EN 1991-1-1)	γ_k	5,50	kN/m ³
Charakteristischer Mindestwert der Rohdichte	ρ_k	385	kg/m ³
Mittelwert der Rohdichte	ρ_{mean}	420	kg/m ³

3.1.2 Systemfestigkeit

Die Festigkeitskennwerte von Brettsperrholz dürfen um den Beiwert für die Systemfestigkeit k_{sys} erhöht in Rechnung gestellt werden, wenn bei einer Beanspruchung mehrere Brettlamellen parallel gleich beansprucht werden. Dies trifft für alle Biege-, Zug- und Druckbeanspruchungen in Brettrichtung von BSP-Platten zu. Grund ist ein statistischer Effekt, da Fehlstellen über mehrere parallele Bauteile ausgeglichen werden können. Werden BSP-Bauteile durch Hochkant-Biegung wie bei einem Fenstersturz beansprucht, wirken nur wenige Längslagen parallel und der Systembeiwert k_{sys} darf nicht angesetzt werden.

Gebräuchlich – und häufig in Zulassungen verankert – ist die Festlegung eines konstanten Beiwertes: $k_{sys} = 1,1$.

In ÖNORM B 1995-1-1:2015 wird die allgemeine Festlegung für die Systemfestigkeit aus Eurocode 5 auch für Brettsperrholz übernommen. Als Standardbreite für ein Brett wird $b = 15$ cm festgelegt und der Systemfestigkeitsbeiwert nach oben mit $k_{sys} \leq 1,2$ begrenzt. Für schmale Bauteile aus Brettsperrholz mit einer Breite unter 30 cm ist nach dieser

Normfestlegung der Systemfestigkeitsbeiwert auf $k_{sys} = 0,9$ zu reduzieren, da die Festigkeitskennwerte mit breiteren Versuchskörpern bestimmt wurden.

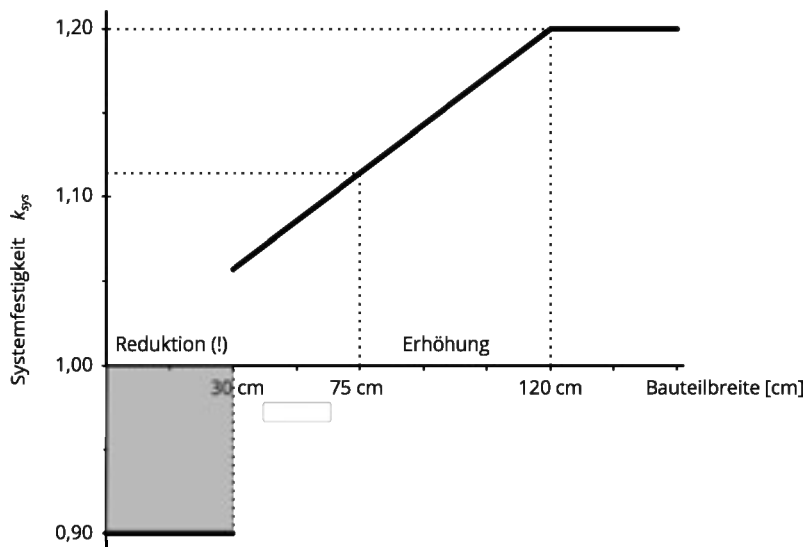


Abbildung 3.1 Vorschlag für die Systemfestigkeit von BSP nach ÖNORM

Abbildung 3.1 zeigt die beschriebenen Festlegungen nach ÖNORM B 1995-1-1:2015 in Form eines Diagramms. Aus diesem geht hervor, dass für Regelbauteile mit über 75 cm Breite der Beiwert $k_{sys} = 1,1$ auf der sicheren Seite liegt.

$$k_{sys} = 1,1$$

(3.1)

Wandpfeiler sollten aus konstruktiven Gründen nicht schmaler als 30 cm ausgeführt werden.

Für Bauteile, die schmaler als 60 cm breit sind – wie beispielsweise Wandpfeiler – ist zu empfehlen $k_{sys} = 1,0$ anzunehmen und diese aus konstruktiven Gründen nicht schmaler als 30 cm auszuführen.

Für Nachweise auf Grundlage von Berechnungen mit der Finite-Element-Methode ist $k_{sys} = 1,0$ anzuwenden, wenn die Verteilung der Beanspruchungen auf parallele Lagen nicht genauer untersucht wird.

3.1.3 Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte

Tabelle 3-2 Steifigkeitskennwerte für Brettsperrholz

Elastizitätsmodul (Normalspannungen)	$E_{0,mean}$	11 550	N/mm ²
	$E_{0,05}$	9 625	N/mm ²
Elastizitätsmodul (in Dickenrichtung)	$E_{90,mean}$	450	N/mm ²
Schubmodul	$G_{0,mean}$	690	N/mm ²
	$G_{0,05}$	570	N/mm ²
Rollschubmodul	$G_{r,mean}$	65	N/mm ²

Tabelle 3-3 Festigkeitskennwerte für Brettsperrholz

Biegefestigkeit (Platte)	$f_{m,k}$	24,00	N/mm ²
Zugfestigkeit	$f_{t,0,k}$	14,00	N/mm ²
Druckfestigkeit in Faserrichtung	$f_{c,0,k}$	21,00	N/mm ²
Querdruckfestigkeit	$f_{c,90,k}$	3,00	N/mm ²
Schubfestigkeit	$f_{v,k}$	2,50	N/mm ²
Rollschubfestigkeit	$f_{v,R,k}$	1,10	N/mm ²
Schubfestigkeit Torsion	$f_{v,T,k}$	2,50	N/mm ²
Festigkeit für Abscheren der einzelnen Bretter (Scheibe – Mechanismus 1)	$f_{v,S,k}$	5,00 ¹	N/mm ²
Torsionsfestigkeit der Klebefugen (Scheibe – Mechanismus 2)	$f_{v,T,k}$	2,50	N/mm ²
Schubfestigkeit Bruttoquerschnitt (Scheibe – Mechanismus 3)	$f_{v,k}$	2,50	N/mm ²

3.1.4 Knickbeiwerte

Abweichend zum Vorschlag in ÖNORM B 1995-1-1:2015, Anhang K, K.6.3 werden folgende Festlegungen getroffen: Der Imperfektionsbeiwert für Brettsperrholz wird – wegen der mit Brettschichtholz vergleichbaren Produktionsbedingungen – gleich $\beta_c = 0,1$ angenommen. Der Knicknachweis wird dafür mit Berücksichtigung der Schubnachgiebigkeit geführt. Dies führt zu Nachweisen auf annähernd gleichem Sicherheitsniveau. Diese Festlegung des Imperfektionsbeiwertes wurde in Augustin et al., 4/2017 durch Messungen bestätigt.

¹ Die Dicke einzelner Lagen oder die Summe direkt benachbarter faserparalleler Lagen darf 40 mm nicht überschreiten. Wird diese Dicke überschritten, ist $f_{v,S,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$ anzunehmen.

Tabelle 3-4 Knickzahlen k_c für Brettsper Holz

Schlankheit λ		Einerstelle									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Hunderter und Zehnerstelle	10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	20	1,000	0,999	0,997	0,995	0,994	0,992	0,990	0,988	0,986	0,984
	30	0,982	0,980	0,978	0,976	0,973	0,971	0,968	0,966	0,963	0,960
	40	0,957	0,954	0,951	0,947	0,944	0,940	0,936	0,932	0,927	0,922
	50	0,917	0,912	0,906	0,900	0,894	0,887	0,880	0,872	0,864	0,855
	60	0,846	0,837	0,827	0,816	0,806	0,794	0,783	0,771	0,759	0,747
	70	0,734	0,721	0,709	0,696	0,683	0,670	0,658	0,645	0,633	0,621
	80	0,609	0,597	0,585	0,574	0,563	0,552	0,541	0,530	0,520	0,510
	90	0,500	0,491	0,481	0,472	0,463	0,455	0,446	0,438	0,430	0,422
	100	0,414	0,407	0,399	0,392	0,385	0,379	0,372	0,366	0,359	0,353
	110	0,347	0,341	0,336	0,330	0,325	0,319	0,314	0,309	0,304	0,299
	120	0,295	0,290	0,285	0,281	0,277	0,272	0,268	0,264	0,260	0,257
	130	0,253	0,249	0,245	0,242	0,238	0,235	0,232	0,228	0,225	0,222
	140	0,219	0,216	0,213	0,210	0,208	0,205	0,202	0,199	0,197	0,194
	150	0,192	0,189	0,187	0,185	0,182	0,180	0,178	0,175	0,173	0,171
	160	0,169	0,167	0,165	0,163	0,161	0,159	0,157	0,156	0,154	0,152
	170	0,150	0,149	0,147	0,145	0,144	0,142	0,140	0,139	0,137	0,136
	180	0,134	0,133	0,132	0,130	0,129	0,127	0,126	0,125	0,123	0,122

Basierende auf den Baustoffkennwerten:

$$E_{0,mean} = 11\,550 \text{ N/mm}^2; E_{0,05} = 9\,620 \text{ N/mm}^2; f_{c,0,k} = 21 \text{ N/mm}^2; \beta_c = 0,1$$

3.1.5 Teilsicherheitsbeiwert

$\gamma_M = 1,25$ laut ÖNORM B 1995-1-1:2015

3.1.6 Kriechbeiwert

Der Verformungsbeiwert k_{def} zur Berechnung der Kriechverformungen von Brettsper Holz ist – wie schon in Band 1 – mit folgenden Werten festgelegt:

Nutzungs-kategorie (NKL)	1	2
Verformungsbeiwert	$k_{def} = 0,8$	$k_{def} = 1,0$

Die Kriechverformung ergibt sich folglich aus den quasi-ständigen Anteilen (qp) der Anfangsverformung ($inst$) zu

$$w_{creep} = k_{def} \cdot w_{inst,qp} \quad (3.2)$$

4 Decken

Brettspertholz eignet sich als großformatiger und plattenförmiger Holzwerkstoff gut als Deckenbauteil. Der gerichtete Aufbau und das große Format erlauben die Plattentragwirkung sowohl in Haupttragrichtung, als auch in Nebentragrichtung zu nutzen. Während in Haupttragrichtung Lasten zwischen den Lagerachsen abgetragen werden, können kleinere Spannweiten in Nebenspannrichtung ohne zusätzliche Bauteile überspannt werden. Ebenso können Öffnungen durch das Deckenelement alleine ausgewechselt und lokale Lasten auf eine größere mitwirkende Plattenbreite verteilt werden.

Der gesperrte Aufbau der Deckenelemente führt zu sehr günstigem Quell- und Schwindverhalten ohne nennenswerte Verformungen in der Deckenebene.

Wegen der meist stark ausgeprägten Haupttragrichtung der Plattenelemente ist das bevorzugte Modell für die statische Untersuchung von Decken der einachsige gespannte Balken aus gedachten „Ein-Meter-Streifen“ der Platte, wie es in Band 1 beschrieben und in Abbildung 4.1 a) dargestellt ist. Die Tragfähigkeit in Nebentragrichtung wird in diesem einfachen baustatischen Modell gänzlich vernachlässigt.

Bei der Durchbiegungsberechnung von BSP-Decken ist zusätzlich zur Biegeverformung die Schubverformung zu berücksichtigen. Als geeignete Verfahren für Träger wird das Gamma-Verfahren in Band 1 angewandt und der schubweiche Balken nach Timoshenko vorgestellt. Während das ingenieurmäßig einfache Gamma-Verfahren die Schubanteile durch Erhöhung der Biegeverformung berücksichtigt, werden diese beim schubnachgiebigen Balken nach Timoshenko über die Schubsteifigkeit des Querschnittes und den daraus resultierenden Schubverformungsanteilen erfasst.

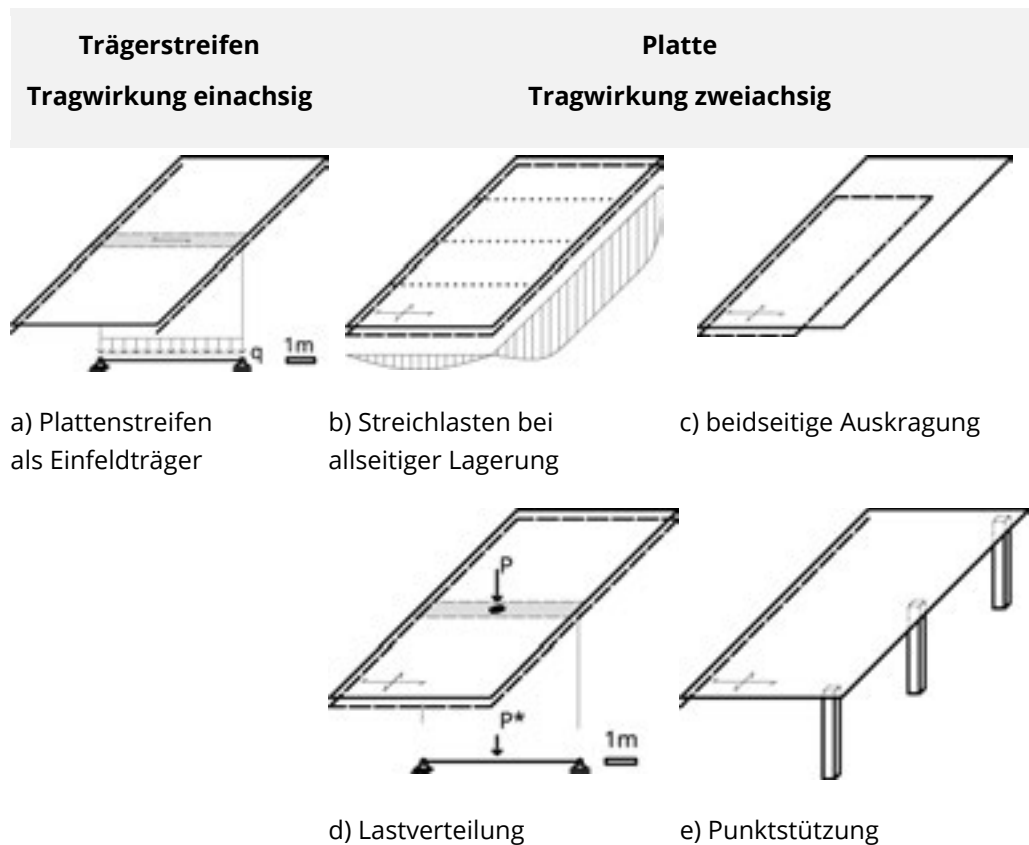


Abbildung 4.1 Tragwirkung von Decken

Im vorliegenden Kapitel werden Fälle beschrieben, die nicht durch die eindimensionale Betrachtung des Ein-Meter-Streifens alleine gelöst werden können und Betrachtungen zur zweiachsigen Lastabtragung erfordern.

Zunächst wird der aktuelle Stand des Schwingungsnachweises von Decken zusammengefasst, bei dem die lastverteilende Wirkung durch die Plattentragwirkung quer zur Haupttragrichtung berücksichtigt wird. Danach werden quer zur Spannrichtung auftretende Vertikalkräfte behandelt. Diese sind einerseits Streichlasten auf Wänden in Haupttragrichtung und andererseits Fugenquerkräfte (Abbildung 4.1 b). Durch die aussteifende Wirkung der Decken werden in den Fugen zusätzliche Kräfte aus dieser Scheibenwirkung geweckt. Ihre Ermittlung wird im anschließenden Abschnitt behandelt und die Tragfähigkeit der beiden häufigsten Fugenausbildungen Anhand von Beispielen untersucht.

Abschließend wird das Tragverhalten bei konzentrierten Lasten betrachtet, wie in Abbildung 4.1 d) ersichtlich.

Über die, in diesem Kapitel, vorgestellten Fälle hinausgehende Anwendungen können mit Modellen aus finiten Elementen und EDV-gestützten Berechnungen erfasst werden, wie in Kapitel 1 vorgestellt (Abbildung 4.1 c und e).

4.1 Schwingung von BSP-Decken

Im Zuge der Untersuchungen in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit werden für Wohnungsdecken und ähnlich genutzte Decken in EN 1995-1-1:2015 neben dem Durchbiegungsnachweis auch ein Schwingungsnachweis gefordert. Die Grundlagen dazu wurden in Kapitel 6.3 von Band 1 beschrieben. Das Nachweisverfahren zielte ursprünglich auf die Überschreitung einer Mindesteigenfrequenz von 8 Hz ab. Damit sollte sichergestellt werden, dass Decken von Benutzern mit ihren Anregungsfrequenzen im Bereich von etwa 4 Hz nicht „aufgeschaukelt“ werden können. Weitere Kriterien für die Wahrnehmung von Deckenschwingungen sind die Größe der Verformung – als Maß dafür wird die Steifigkeit der Decke herangezogen – und die Beschleunigung, die durch die Biegeschwingung hervorgerufen wird. Auf Basis der Veröffentlichungen von Hamm und Richter sowie weiterer Messungen wurden zugehörige Nachweiskriterien und Grenzen in ÖNORM B 1995-1-1:2015 zusammengestellt. Diese neueren Grenzwerte sind im Folgenden für die verschiedenen Deckenklassen (DKL) angeführt.

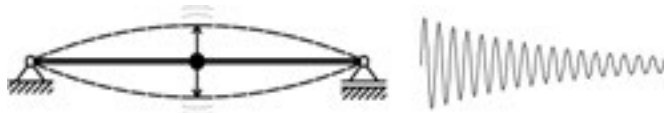


Abbildung 4.2 Schwingung einer Deckenplatte

$$f_1 \geq \begin{cases} 8 \text{ Hz} & \text{für DKL1} \\ 6 \text{ Hz} & \text{für DKL2} \\ - & \text{für DKL3} \end{cases} \quad (4.1)$$

Für Schwingungsnachweise darf die Steifigkeit des Estrichs in beiden Tragrichtungen zusätzlich zur Biegesteifigkeit der BSP-Platten in Rechnung gestellt werden, wenn sichergestellt ist, dass die einschlägigen Normbestimmungen eingehalten wurden.

Der Einfluss von Unterzügen oder anderen schwingungsanfälligen Tragwerksteilen wurde in Band 1 im Abschnitt 6.3.2 beschrieben.

Die Grenzen des Steifigkeitskriteriums, also die zulässigen Durchbiegungen bei einer Einzellast von 1 kN an ungünstigster Stelle wurden nach Formel (4.2) gegenüber den Grenzwerten in Band 1 strenger geregelt.

$$w_{stat} \leq \begin{cases} 0,25 \text{ mm} & \text{für DKL1} \\ 0,50 \text{ mm} & \text{für DKL2} \\ - & \text{für DKL3} \end{cases} \quad (4.2)$$

Das Beschleunigungskriterium wurde hinsichtlich der wirksamen Kraft angepasst.

$$a_{rms} = \frac{0,4 \cdot \alpha \cdot F_0}{2 \cdot D \cdot M^*} \leq a_{grenz} \quad (4.3)$$

Der Term $0,4 \cdot \alpha \cdot F_0$ im Zähler stellt dabei die für die Schwingung wirksame Kraft dar. Der Faktor 0,4 rührt daher, dass die Einwirkung beim Gehen sowohl ortsveränderlich als auch in ihrer Dauer begrenzt ist.

Der Faktor α erfasst die Abhängigkeit der abgegebenen Kraft beim Gehen von der Schrittfrequenz. In der Literatur wird diese Abhängigkeit von der Frequenz bereichsweise konstant definiert, während diese in ÖNORM B 1995-1-1:2015 über eine Formel erfasst wurde. F_0 ist die Gewichtskraft einer Person: $F_0 = 700 \text{ N}$.

$$\alpha = e^{-0,4 \cdot f_1} \quad (4.4)$$

Der modale Dämpfungsgrad, der auch als das Lehr'sche Dämpfungsmaß bezeichnet wird, wird in ÖNORM B 1995-1-1:2015 mit ζ statt wie hier mit D bezeichnet.

Das modale Dämpfungsmaß von Brettspertholz-Decken beträgt 0,04.

Das maximale Dämpfungsmaß von Brettspertholz-Decken wurde gegenüber der Angabe in Band 1 auf 0,04 erhöht, wie in Tabelle 4-1 angeführt.

Tabelle 4-1 Richtwerte für den modalen Dämpfungsgrad nach ÖNORM B 1995-1-1:2015, NA.7.2-E5

Art der Deckenkonstruktion	modaler Dämpfungsgrad D
Deckenkonstruktionen ohne bzw. mit leichtem Fußbodenaufbau	0,01
Deckenkonstruktionen mit schwimmendem Estrich	0,02
Brettspertholz-Decken ohne beziehungsweise mit leichtem Fußbodenaufbau	0,025
Holzbalken-Decken und mechanisch verbundene Brettstapel-Decken mit schwimmendem Estrich	0,03
Brettspertholz-Decken mit schwimmendem Estrich und schwerem Fußbodenaufbau	0,04

Die Grenzbeschleunigungen für Decken, bei denen die geforderte Grenzfrequenz unterschritten wird, wurden nicht verändert und liegen bei Einhaltung der geforderten Mindestfrequenz von $f_{1,min} = 4,5 \text{ Hz}$ bei

$$a_{rms} \leq \begin{cases} 0,05 \text{ m/s}^2 & \text{für DKL1} \\ 0,10 \text{ m/s}^2 & \text{für DKL2} \\ - & \text{für DKL3} \end{cases} \quad (4.5)$$

Beispiel 4.1 Schwingungsnachweis einer Wohnungsdecke

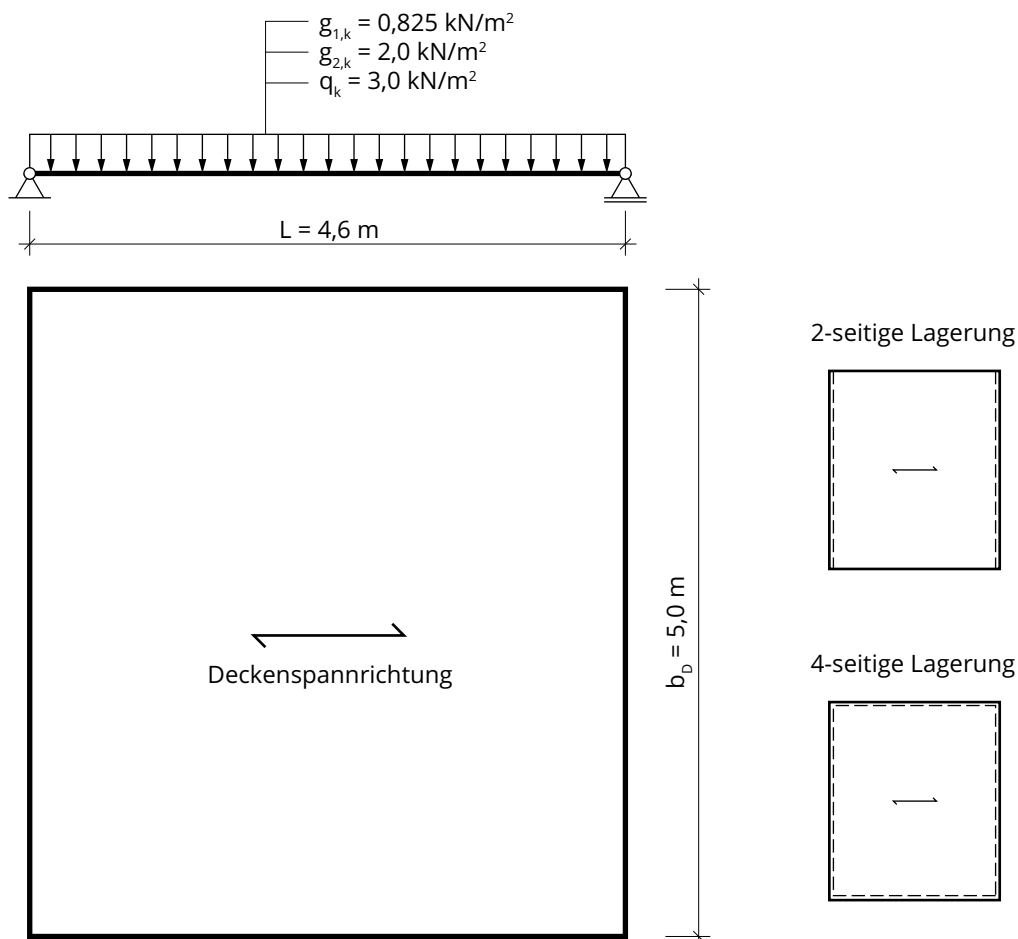
Wohnungsdecke über ein Feld mit schwerem Deckenaufbau.

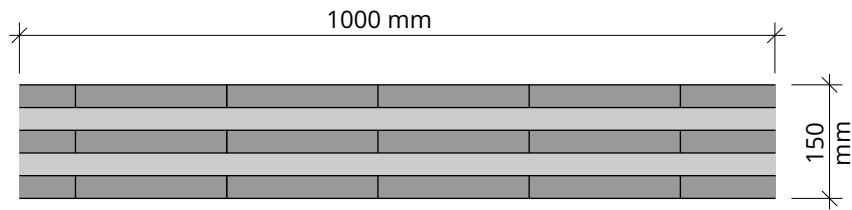
Die Spannweite der Wohnungsdecke beträgt $L = 4,6 \text{ m}$. Das Decken-Element ist ein BSP 150-L5s (30l-30w-30l-30w-30l). Die Baustoffkennwerte entsprechen den Festlegungen in Kapitel 1. Die Breite des Deckenfeldes beträgt $b_D = 5,0 \text{ m}$.

Der Schwingungsnachweis für die Wohnungsdecke ist laut ÖNORM B 1995-1-1:2015 zu erbringen. Dabei werden die beiden Varianten einer zweiseitigen Lagerung und einer allseitigen Lagerung untersucht.

Einwirkungen

- Eigengewicht der BSP-Platte: $g_{1,k} = 0,15 \cdot 5,5 = 0,825 \text{ kN/m}^2$
- ständige Lasten - Bodenaufbau: $g_{2,k} = 2,0 \text{ kN/m}^2$
- Nutzlast der Kategorie B: $q_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$





Annahmen für die Schwingungsberechnung

- Schwingungsanforderung: Deckenklasse I
- Dämpfungsfaktor: $D = \zeta = 4,0 \%$ nach Tabelle 4-1
- Betonestrich ($E = 25.000 \text{ N/mm}^2$); Dicke: 50 mm

Biegesteifigkeit der BSP-Platte in Deckenspannrichtung

$$EI_{BSP,0} = 11.550 \cdot 10^6 \cdot \left(3 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,03^3}{12} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot 0,06^2 + 0,03 \cdot 1,0 \cdot (-0,06)^2 \right)$$

$$EI_{BSP,0} = 2,57 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2/\text{m}$$

Biegesteifigkeit der BSP-Platte rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung

$$EI_{BSP,90} = 11.550 \cdot 10^6 \cdot \left(2 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,03^3}{12} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot 0,03^2 + 0,03 \cdot 1,0 \cdot (-0,03)^2 \right)$$

$$EI_{BSP,90} = 6,76 \cdot 10^5 \text{ Nm}^2/\text{m}$$

Auszug aus ÖNORM B 1995-1-1:2015:

Die Biegesteifigkeit von Estrichen darf, im Allgemeinen ohne Angabe der Verbundwirkung in der Berechnung berücksichtigt werden, wenn diese den geltenden Normen hinsichtlich Eigenschaften und Anforderungen sowie der Herstellung von Estrichen (gemäß ÖNORM EN 13813 und ÖNORM B 2232) entsprechen.

Gesamte Biegesteifigkeit in Deckenspannrichtung

$$(EI)_\ell = EI_{BSP,0} + EI_{Estrich} = 2,57 \cdot 10^6 + 25.000 \cdot 10^6 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,05^3}{12} = 2,57 \cdot 10^6 + 2,60 \cdot 10^5$$

$$(EI)_\ell = 2,83 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2/\text{m}$$

Gesamte Biegesteifigkeit quer zur Deckenspannrichtung

$$(EI)_b = EI_{BSP,90} + EI_{Estrich} = 6,76 \cdot 10^5 + 25.000 \cdot 10^6 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,05^3}{12} = 6,76 \cdot 10^5 + 2,60 \cdot 10^5$$

$$(EI)_b = 9,36 \cdot 10^5 \text{ Nm}^2/\text{m}$$

Nachweisführung**Frequenzkriterium****Eigenfrequenz bei 2-seitiger Lagerung (ohne Querverteilungswirkung)**

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}} = \frac{\pi}{2 \cdot 4,6^2} \cdot \sqrt{\frac{2,83 \cdot 10^6}{825 + 2000}} = 7,36 \text{ Hz}$$

$$f_1 = 7,36 \text{ Hz} < f_{gr,l} = 8,00 \text{ Hz}$$

Die geforderte Grenzfrequenz für DKL1 ist nicht eingehalten. Das heißt, zusätzlich zum Nachweis der Durchbiegung zufolge einer Einzellast an ungünstigster Stelle ist der Beschleunigungsnachweis erforderlich. Voraussetzung für das Beschleunigungskriterium ist die Einhaltung einer Mindestfrequenz von $f_{1,min} \geq 4,5 \text{ Hz}$.

Eigenfrequenz bei 4-seitiger Lagerung (mit Querverteilungswirkung)

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{l}{b}\right)^4 \cdot \frac{(EI)_b}{(EI)_l}}$$

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot 4,6^2} \cdot \sqrt{\frac{2,83 \cdot 10^6}{825 + 2000}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{4,6}{5,0}\right)^4 \cdot \frac{9,36 \cdot 10^5}{2,83 \cdot 10^6}} = 7,36 \cdot 1,11$$

$$f_1 = 8,19 \text{ Hz} \geq f_{gr,l} = 8,00 \text{ Hz}$$

Die geforderte Grenzfrequenz für DKL1 ist eingehalten. Das heißt, es ist zusätzlich nur mehr das Steifigkeitskriterium (Durchbiegung zufolge Einzellast) zu erbringen.

Steifigkeitskriterium**Mitwirkende Breite b_F**

Wegen der lastverteilenden Wirkung von Brettsperrholzdecken dürfen die Auswirkungen von Punktlasten auf größere Lastverteilungsbreiten angesetzt werden. Der Ursprung dieser effektiven Lastverteilungsbreite ist in Abschnitt 4.5.2 beschrieben und wird sinngemäß für die Durchbiegungsberechnung zufolge einer Einheitslast angewandt.

Die Lastverteilungsbreite b_F gilt für den Innenbereich zweiseitig gelagerter Deckenfelder und ist für vierseitig gelagerte Deckenfelder als konservativ anzusehen. Für Decken mit freien und unverstärkten Rändern sollte die effektive Lastverteilungsbreite nach den Ausführungen zu freien Rändern in Abschnitt 4.5.2 reduziert werden.

Im vorliegenden Beispiel wird die Schwingung im Inneren des Deckenfeldes untersucht und der freie Rand nicht betrachtet. Die effektive Lastverteilungsbreite beträgt dann für beide Lagerungsfälle:

$$b_F = \frac{l}{1,1} \cdot \sqrt[4]{\frac{(EI)_b}{(EI)_l}} = \frac{4,6}{1,1} \cdot \sqrt[4]{\frac{9,36 \cdot 10^5}{2,83 \cdot 10^6}} = 3,17 \text{ m}$$

Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1 \text{ kN}$

$$w(1\text{kN}) = \frac{F \cdot \ell^3}{48 \cdot (EI)_I \cdot b_F} = \frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot 4,6^3}{48 \cdot 2,83 \cdot 10^6 \cdot 3,17} = 2,26 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,23 \text{ mm} < w_{gr,I} = 0,25 \text{ mm}$$

Das Steifigkeitskriterium für die DKL1 ist eingehalten.

Beschleunigungskriterium

Kann das Frequenzkriterium nicht erfüllt werden, so liegt eine Decke vor, deren Eigenfrequenz näher an der Erregerfrequenz liegt. In diesen Fällen ist für den Schwingungsnachweis zusätzlich der Beschleunigungsnachweis zu erfüllen, solange die Mindestfrequenz eingehalten ist.

Mindestfrequenz

$$f_1 = 7,36 \text{ Hz} \geq f_{min} = 4,5 \text{ Hz}$$

Die Mindestfrequenz ist eingehalten.

Modale Masse

$$M^* = m \cdot \frac{l}{2} \cdot b_F = \frac{(825 + 2000)}{9,81} \cdot \frac{4,6}{2} \cdot 3,17 = 2100 \text{ kg}$$

Schwingbeschleunigung für den 2-seitig gelagerten Fall

Fourierkoeffizient

$$\alpha = e^{-0,4 \cdot f_1} = e^{-0,4 \cdot 7,36} = 0,053$$

Effektivwert der Beschleunigung

$$a_{rms} = \frac{0,4 \cdot \alpha \cdot F_0}{2 \cdot D \cdot M^*} = \frac{0,4 \cdot 0,053 \cdot 700}{2 \cdot 0,04 \cdot 2100} = 0,09 \text{ m/s}^2 > a_{gr,I} = 0,05 \text{ m/s}^2$$

Das Beschleunigungskriterium für die zweiseitig gelagerte Decke ist nicht erfüllt.

Zusammenfassung der Ergebnisse

Zweiseitige Lagerung

Frequenzkriterium	$f_1 = 7,36 \text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00 \text{ Hz}$	X
Steifigkeitskriterium	$w(1\text{kN}) = 0,23 \text{ mm} < w_{gr,I} = 0,25 \text{ mm}$	✓
Beschleunigungskriterium	$f_1 = 7,36 \text{ Hz} > f_{min} = 4,5 \text{ Hz}$	✓
	$a_{rms} = 0,09 \text{ m/s}^2 > a_{gr,I} = 0,05 \text{ m/s}^2$	X
Nachweis nicht erfüllt X		

Bei zweiseitiger Lagerung kann das Frequenzkriterium gerade nicht erfüllt werden. Da die Grenzbeschleunigung im Beschleunigungskriterium nicht eingehalten werden kann, ist der Schwingungsnachweis insgesamt nicht erfüllt.

Allseitige Lagerung

Frequenzkriterium	$f_1 = 8,19 \text{ Hz} > f_{gr,I} = 8,00 \text{ Hz}$	✓
Steifigkeitskriterium	$w(1\text{kN}) = 0,23 \text{ mm} < w_{gr,I} = 0,25 \text{ mm}$	✓
Beschleunigungskriterium	Nicht erforderlich, da Frequenzkriterium erfüllt.	
Nachweis erfüllt ✓		

Durch die Quertragwirkung bei allseitiger Lagerung können sowohl das Frequenzkriterium als auch das Steifigkeitskriterium eingehalten werden. Somit ist der Schwingungsnachweis erfüllt.

4.2 Öffnungen in Decken

Öffnungen mit der größten Abmessung unter zehn Prozent der Stützweite gelten als kleine Öffnung und können in der Regel ohne Nachweis ausgeführt werden.

Systeme mit größeren Öffnungen sollten mittels einem allgemeinen Trägerrostmodell oder einem geeigneten Finite-Element-Modell untersucht werden. In der praktischen Untersuchung einiger Decken mit Öffnung im Inneren der Deckenelemente – also ohne angeschnittene Ränder – erwies sich ein einfacher Trägerrost aus einzelnen Ersatzträgern entlang der Ränder der rechteckigen Öffnung als zielführend.

Der Rost aus Quer- und Längsträgern wird dabei aus Querschnitten mit einer Streifenbreite von $b_x = b_y = \ell_x/10$ gewählt. Die neben der Öffnung verbleibenden Restquerschnitte der Platte sollten dieser Annahme entsprechend zumindest zehn Prozent der Spannweite aufweisen.

Beispiel 4.2 Platte mit Öffnung

Gegeben:

Dachplatte mit Öffnung für eine Lichtkuppel gemäß Abbildung 4.3. Querschnittsaufbau der Platte: BSP 150 L5s (30l-30w-30l-30w-30l).

Die Belastung aus der Lastkombination von ständigen Lasten und Schneelasten ist als Bemessungswert der Einwirkung gegeben. Die Berechnung erfolgt unter der konservativen Annahme, dass durch die Lichtkuppel Lasten ausschließlich in x-Richtung abgegeben werden.

Bemessungswert der Einwirkung:

$$q_d = 4 \text{ kN/m}^2$$

Der zugehörige k_{mod} -Wert beträgt

$$k_{mod} = 0,9$$

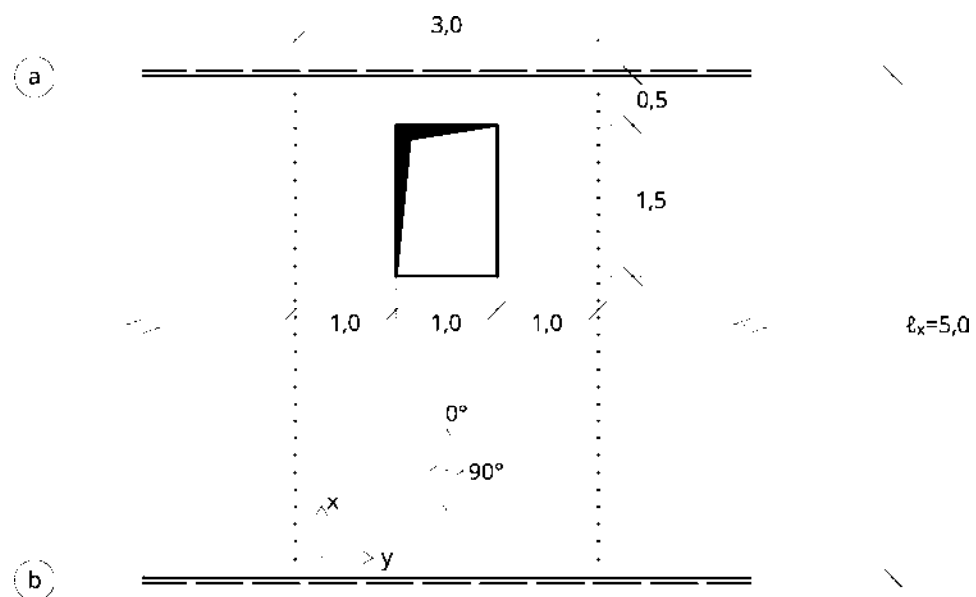


Abbildung 4.3 Platte mit Öffnung

Gesucht:

Schnittgrößen und erforderliche Nachweise der Tragfähigkeit

Abschätzung durch ein Trägerrostmodell

Vergleichsrechnungen zeigten, dass ein Ersatzmodell aus eingehängten Trägern für die Handrechnung laut Abbildung 4.4 Anwendung finden kann. Dabei wird vorausgesetzt, dass an den Plattenrändern Streifen mit der Breite von zumindest einem Zehntel der Spannweite verbleiben. Ist die verbleibende Breite des Randstreifens größer, sollte maximal ein Träger der Breite $\ell/10$ neben der Öffnung in Ansatz gebracht.

Allgemeine Berechnungen mit Plattenmodellen (z.B. mit der Methode der finiten Elemente), wie sie im Kapitel 1 vorgestellt werden führen naturgemäß zu genaueren Ergebnissen.

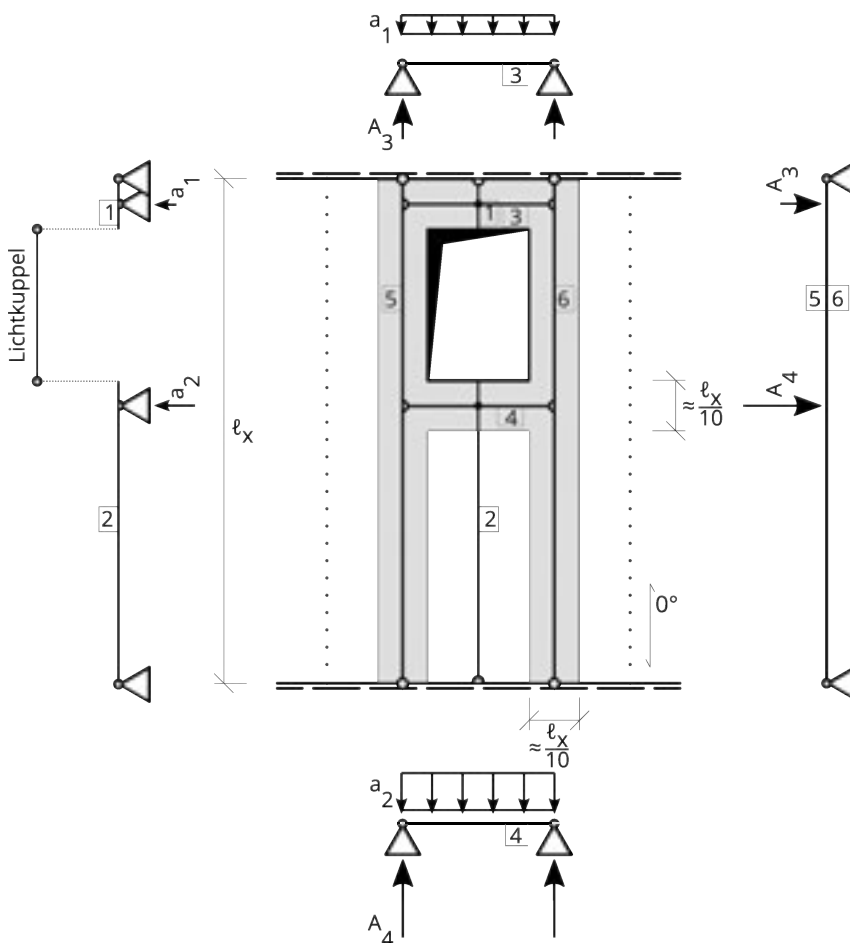


Abbildung 4.4 Einfacher Trägerrost als Ersatzsystem

Angesetzte Trägerbreiten:

$$\frac{\ell}{10} = \frac{500 \text{ cm}}{10} = 50 \text{ cm}$$

Ersatzträger 1

Kragarm $c_1 = 0,25 \text{ m}$

Feld $\ell_1 = 0,25 \text{ m}$

Trägerbreite $b_1 = 1 \text{ m}$

Belastung:

An der Kragarmspitze aus der Flächenlast auf der halben Öffnung

$$F_{1,d} = q_d \cdot \frac{1,5 \text{ m}}{2} \cdot 1 \text{ m} = 4 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,75 \text{ m}^2 = 3,0 \text{ kN}$$

aus der Flächenlast

$$q_{1,d} = 4 \text{ kN/m}$$

Auflagerkraft für die Lastweitergabe an Träger 3

$$a_{1,d} = \frac{q_{1,d}}{2} \cdot \left(\ell_1 + \frac{c_1^2}{\ell_1} + 2 \cdot c_1 \right) + F_{1,d} \cdot \frac{\ell_1 + c_1}{\ell_1}$$

$$a_{1,d} = \frac{4}{2} \cdot \left(0,25 + \frac{0,25^2}{0,25} + 2 \cdot 0,25 \right) + 3,0 \cdot \frac{0,25 + 0,25}{0,25} = 8 \text{ kN}$$

Ersatzträger 2

Kragarm $c_2 = 0,25 \text{ m}$

Feld $\ell_2 = 2,75 \text{ m}$

Trägerbreite $b_2 = 1 \text{ m}$

Belastung: An der Kragarmspitze aus halber Öffnung

$$F_{2,d} = 0,75 \cdot 4 = 3,0 \text{ kN}$$

aus Flächenlast

$$q_{2,d} = 4 \text{ kN/m}$$

Auflagerkraft für die Lastweitergabe an Träger 4

$$a_{2,d} = \frac{q_{2,d}}{2} \cdot \left(\ell_2 + \frac{c_2^2}{\ell_2} + 2 \cdot c_2 \right) + F_{2,d} \cdot \frac{\ell_2 + c_2}{\ell_2} \text{ N}$$

$$a_{2,d} = \frac{4}{2} \cdot \left(2,75 + \frac{0,25^2}{2,75} + 2 \cdot 0,25 \right) + 3,0 \cdot \frac{2,75 + 0,25}{2,75} = 9,82 \text{ kN}$$

Ersatzträger 3

Feld $\ell_3 = 1,50 \text{ m}$

Trägerbreite $b_3 = \frac{\ell}{10} = 0,5 \text{ m}$

Belastung aus Träger 1:

$$a_{1,d} = 8 \text{ kN/m}$$

Biegemoment des Trägers

$$M_{3,d} = \frac{a_{1,d} \cdot \ell^2}{8} = \frac{8,0 \cdot 1,5^2}{8} = 2,25 \text{ kNm}$$

Bemessungsmoment des Plattenstreifens 3

$$m_{3,y,d} = \frac{M_{3,d}}{b_3} = \frac{2,25}{0,5} = 4,50 \text{ kNm/m}$$

Auflagerkraft für die Lastweitergabe an Träger 5 und 6

$$A_{3,d} = \frac{a_{1,d} \cdot \ell}{2} = \frac{8 \cdot 1,5}{2} = 6,00 \text{ kN}$$

$x_{A,3} = 0,25 \text{ m}$ vom Rand von Träger 5 bzw. 6

Bemessungsquerkraft des Plattenstreifens 3

$$v_{3,y,d} = \frac{A_{3,d}}{b_4} = \frac{6,00}{0,5} = 12,00 \text{ kN/m}$$

Ersatzträger 4

Feld $\ell_3 = 1,50 \text{ m}$

Trägerbreite $b_3 = \frac{\ell}{10} = 0,5 \text{ m}$

Belastung aus Träger 2:

$$a_{2,d} = 9,82 \text{ kN/m}$$

Biegemoment des Trägers

$$M_{4,d} = \frac{a_{2,d} \cdot \ell^2}{8} = 2,76 \text{ kNm}$$

Bemessungsmoment des Plattenstreifens 4 für den

Nachweis des Biegetragwiderstandes in Nebentragrichtung:

$$m_{4,y,d} = \frac{M_{4,d}}{b_4} = \frac{2,76}{0,5} = 5,52 \text{ kNm/m}$$

Auflagerkraft für die Lastweitergabe an Träger 5 und 6

$$A_{4,d} = \frac{a_{1,d} \cdot \ell}{2} = \frac{9,82 \cdot 1,5}{2} = 7,37 \text{ kN}$$

$x_{A,4} = 2,25 \text{ m}$ vom Rand von Träger 5 bzw. 6

Bemessungsquerkraft des Plattenstreifens 4 für den

Nachweis des Schubtragwiderstandes in Schnitten quer zur Nebentragrichtung:

$$v_{4,y,d} = \frac{A_{4,d}}{b_4} = \frac{7,36}{0,5} = 14,73 \text{ kN/m}$$

Berechnung der Ersatzträger 5 bzw. 6

Feld $\ell_5 = 5,00 \text{ m}$

Trägerbreite $b_5 = \frac{\ell}{10} = 0,5 \text{ m}$

Belastung aus Träger 3 und 4:

$$A_{3,d} = \frac{a_{1,d} \cdot \ell}{2} = \frac{8 \cdot 1,5}{2} = 6,00 \text{ kN}$$

$x_{A,3} = 0,25 \text{ m}$ vom Rand des Trägers 5 bzw. 6 (oberer Rand)

$$A_{4,d} = \frac{a_{1,d} \cdot \ell}{2} = \frac{9,82 \cdot 1,5}{2} = 7,4 \text{ kN}$$

$x_{A,4} = 2,25 \text{ m}$ vom Rand des Trägers 5 bzw. 6 (oberer Rand)

Auflagerkraft auf der Seite der Öffnung

$$A_{5,d} = q_d \cdot b_5 \cdot \frac{\ell_5}{2} + A_{3,d} \cdot \frac{(\ell_5 - x_{A,3})}{\ell_5} + A_{4,d} \cdot \frac{(\ell_5 - x_{A,4})}{\ell_5}$$

$$A_{5,d} = 4 \cdot 0,5 \cdot \frac{5,00}{2} + 6,00 \cdot \frac{(5,00 - 0,25)}{5,00} + 7,4 \cdot \frac{(5,00 - 2,25)}{5,00} = 14,75 \text{ kN}$$

Biegemoment des Trägers an der Stelle $x_{A,4}$

$$M_{5,max,d} = A_{5,d} \cdot x_{A,4} - \frac{q_d \cdot b_5 \cdot x_{A,4}^2}{2} - A_{3,d} \cdot (x_{A,4} - x_{A,3}) = 16,13 \text{ kN}$$

Bemessungsmoment des Plattenstreifens 5 für den

Nachweis des Biegetragwiderstandes in Haupttragrichtung:

$$m_{5,x,d} = \frac{M_{5,max,d}}{b_5} = \frac{16,13}{0,5} = 32,25 \text{ kNm/m}$$

Bemessungsquerkraft des Plattenstreifens 5 für den

Nachweis des Schubtragwiderstandes in Schnitten quer zur Haupttragrichtung:

$$v_{5,x,d} = \frac{A_{5,d}}{b_5} = \frac{14,75}{0,5} = 29,5 \text{ kN/m}$$

Die Bemessung in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit erfolgt durch Vergleich der Bemessungswerte der Schnittgrößen aus den Einwirkungen mit den Bemessungswerten der Tragfähigkeit. Für das gegebene Element BSP 150 L5s ergeben sich folgende charakteristische Werte der Tragfähigkeit (R) nach Abschnitt 7.3, Seiten 113 ff.

$$m_{R,x,k} = 78,4 \text{ kNm/m}$$

$$v_{R,x,k} = 136,1 \text{ kN/m}$$

$$m_{R,y,k} = 34,3 \text{ kNm/m}$$

$$v_{R,y,k} = 71,5 \text{ kN/m}$$

Die Nachweise der Tragfähigkeit lauten damit:

Biegetragfähigkeit in Haupttragrichtung x

$$m_{5,x,d} = 32,26 \text{ kNm/m} \leq m_{R,x,d} = k_{mod} \cdot \frac{m_{R,x,k}}{\gamma_m} = 0,9 \cdot \frac{78,4}{1,25} = 56,5 \text{ kNm/m}$$

Nachweis erfüllt (57%) ✓

Querkrafttragfähigkeit in Haupttragrichtung x

$$v_{5,x,d} = 29,5 \text{ kN/m} \leq v_{R,x,d} = k_{mod} \cdot \frac{v_{R,x,k}}{\gamma_m} = 0,9 \cdot \frac{136,1}{1,25} = 98 \text{ kN/m}$$

Nachweis erfüllt ($\eta = 30 \%$) ✓

Biegetragfähigkeit quer zur Haupttragrichtung y

$$m_{4,y,d} = 5,52 \text{ kNm/m} \leq m_{R,y,d} = k_{mod} \cdot \frac{m_{R,y,k}}{\gamma_m} = 0,9 \cdot \frac{34,3}{1,25} = 24,7 \text{ kNm/m}$$

Nachweis erfüllt (22%) ✓

Querkrafttragfähigkeit quer zur Haupttragrichtung y

$$v_{4,y,d} = \frac{A_{4,d}}{b_4} = \frac{7,36}{0,5} = 14,73 \text{ kN/m} \leq v_{R,y,d} = k_{mod} \cdot \frac{v_{R,y,k}}{\gamma_m} = 0,9 \cdot \frac{71,5}{1,25} = 51,5 \text{ kN/m}$$

Nachweis erfüllt ($\eta = 29 \%$) ✓

Durchbiegungen

Die gesamte Durchbiegung kann durch Addition der Durchbiegungen der Träger 4 und 5 auf dem Niveau der charakteristischen Einwirkungen ermittelt und nachgewiesen werden. Die Verformungen können mit Balkenformeln und den Biegesteifigkeiten EI_x bzw. EI_y ermittelt werden. Der Einfluss der Schubsteifigkeiten kann vereinfacht durch Erhöhung dieser Verformungen um etwa 20% abgeschätzt werden.

4.3 Vertikalkräfte quer zur Spannrichtung

Bei rechteckigen und allseitig gelenkig gelagerten Deckenfeldern werden Lasten vorwiegend über die kurze Spannweite abgetragen und es treten nur geringe Beanspruchungen quer zur Haupttragrichtung auf. Dieser Effekt wird bei Brettspertholz wegen seiner Orthotropie – also den Steifigkeitsunterschieden von Haupt- und Nebenspannrichtung – verstärkt. Die statische Berechnung kann folglich auf der sicheren Seite liegend als einachsig gespannter Plattenstreifen erfolgen. Die in Abbildung 4.5 dargestellten vertikal gerichteten Kräfte in Schnitten parallel zur Haupttragrichtung sind für die Lastaufnahme der betroffenen Wände und für die Auslegung der Fugen von Interesse.

Streichlasten sind Auflagerkräfte von Wänden parallel zur Spannrichtung von Decken.

Für die Dimensionierung der seitlichen Wände sind die Auflagerkräfte aus der Plattentragwirkung quer zur Haupttragrichtung $a_{90,d}$ von Interesse. Diese werden auch als Streichlasten bezeichnet und können aus der Flächenlast über eine Einflussbreite b_y bestimmt werden.

Die Ausbildung längs zur Hauptspannrichtung verlaufender Stoßfugen erfolgt in der Regel aus rein konstruktiven Festlegungen und erfolgt mit einer Standardverschraubung mit gekreuzten, selbstbohrenden Teilgewindeschrauben (TGS) oder Vollgewindeschrauben (VGS) Ø 8 mm alle 50 cm als Regelfall für den Hochbau.

Für genauere Untersuchungen und bei hohen Nutzlasten ist die genauere Kenntnis der Querkraft in den Fugen zur Auslegung der Verbindung von Interesse. Die Fugenquerkräfte können ebenfalls aus der Nutzlast über Einflussbreiten bestimmt werden.

Als Modell zur einfachen Berechnung der Streichlasten und Fugenquerkräfte kann eine Analogie des orthotropen Plattenstreifens zum gebetteten Balken genutzt werden, wie in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Art der Stoßfugenausbildung wirkt sich wegen der ausgeprägten Lastabtragung in Spannrichtung nicht wesentlich auf die Größe der Streichlasten aus.

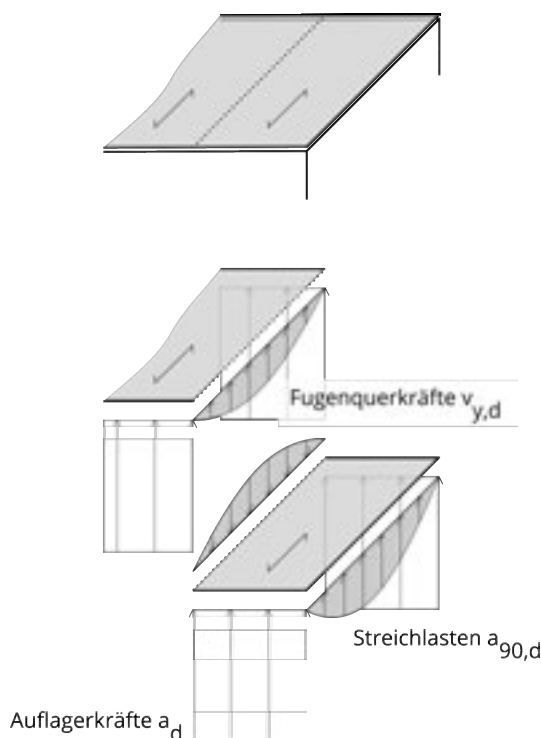


Abbildung 4.5 Fugenquerkräfte und Streichlasten

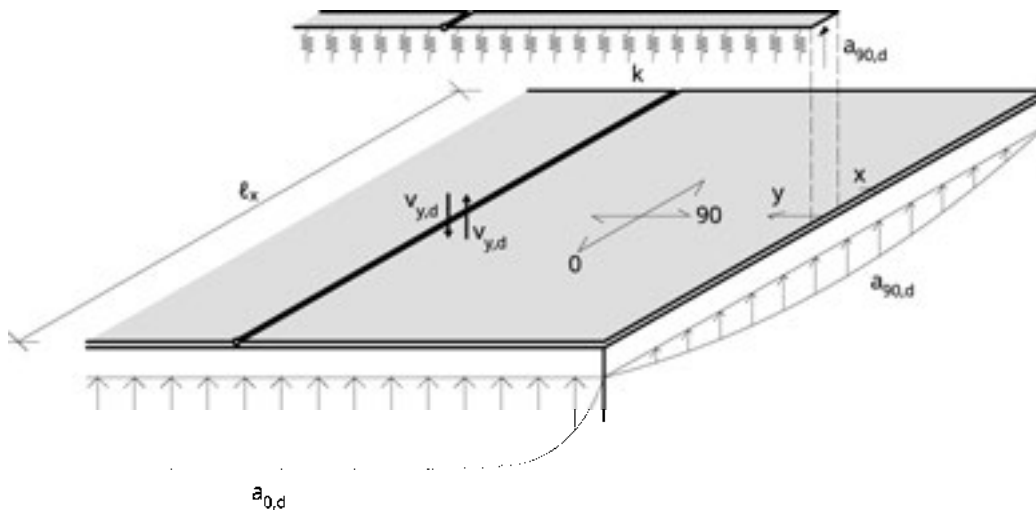


Abbildung 4.6 Streichlasten und Fugenquerkräfte von Deckenfeldern

4.3.1 Streichlasten

Die Auflagerkräfte $a_{90,d}$ pro Laufmeter in Wänden parallel zur Spannrichtung betragen für flächige Lasten q_d :

$$a_{90,d} = b_y \cdot q_d \quad (4.6)$$

mit q_d dem Bemessungswert der gesamten Deckenlast

Für den dreiseitig gelagerten orthotropen Plattenstreifen ergibt sich die Einflussbreite b_y mit Berücksichtigung der Steifigkeitsverhältnisse vereinfacht wie folgt¹:

$$b_y = k_{ortho} \cdot 0,2855 \cdot \ell \quad (4.7)$$

$$k_{ortho} = \sqrt[4]{\frac{EI_y}{EI_x}} \quad (4.8)$$

mit ℓ der Spannweite in Haupttragrichtung

Der Zusammenhang von Einflussbreite b_y bezogen auf die Spannweite ℓ und dem Verhältnis der Längs- zur Quersteifigkeit ist in Abbildung 4.7 dargestellt.

¹ Zur Herleitung über das Modell eines gebetteten Balkens siehe Winter, 2008 S. 48 ff

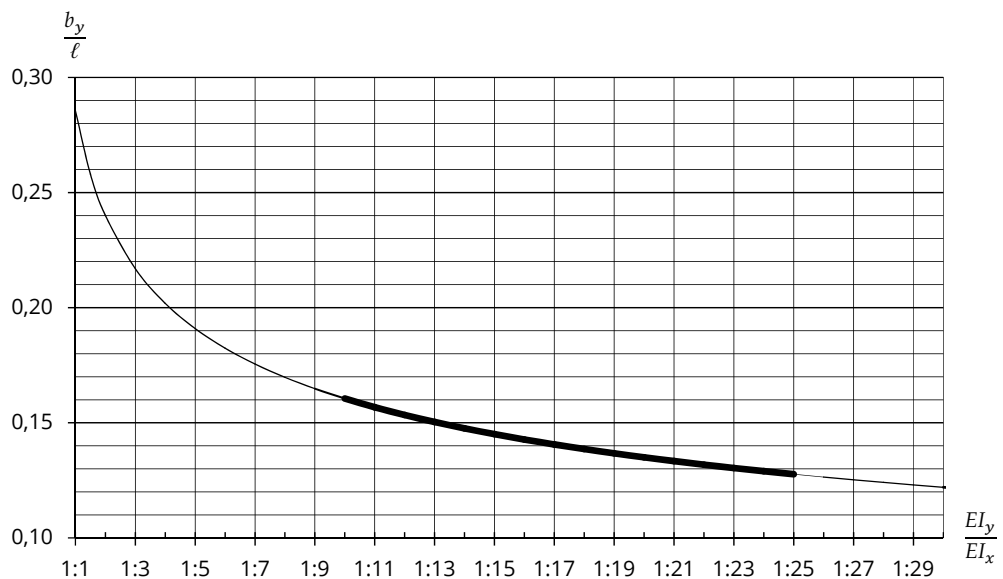


Abbildung 4.7 Ermittlung der Einflussbreite für Streichlasten

BSP-Platten weisen in der Regel Steifigkeitsverhältnisse im Bereich von 1:10 bis 1:25 auf. Für Deckenspannweiten bis etwa $\ell = 6$ m erhält man Einflussbreiten von höchstens $b_y = 1$ m.

Streichlasten können für Vorbemessungen mit einem Meter Einflussbreite ermittelt werden

Die Annahme von einem Meter Lasteinflussbreite für Streichlasten nach Abbildung 4.8 stellt folglich eine sinnvolle Annahme für die Abschätzung der Streichlasten dar. Die tatsächliche Verteilung der Streichlasten entspricht der Form der Biegelinie, die bei einem freiem Rand auftreten würde und ist annähernd parabelförmig.

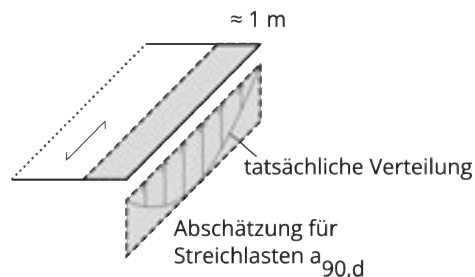


Abbildung 4.8 Abschätzung der Streichlasten

4.3.2 Fugenquerkräfte

Längsfugen sind so auszubilden, dass einander berührende Ränder von Deckenelementen die gleiche Verformung aufweisen. Fugenquerkräfte treten also durch Kompensation allfälliger Relativverschiebungen der Ränder bei unterschiedlichen Belastungen oder unterschiedlicher Lagerung der benachbarten Deckenelemente auf. Ihre Verteilung entspricht der Form der Biegelinie und ist annähernd parabelförmig.

Die ungünstigste Lastsituation ergibt sich aus feldweise alternierenden Nutzlasten n_d . Schneelasten auf Dächern gelten als ortsfest und müssen prinzipiell nicht ungünstig

angesetzt werden. In Anwendung des Grunddokuments EN 1990¹ können als ungünstigste Laststellung Schneelasten abwechselnd voll und zu 85 % angesetzt werden. Für flach geneigte Dächer ist unabhängig von der Schneelast zu empfehlen, die Nutzlast aus Instandsetzungsarbeiten auf Dächern (Kategorie H) von $q_k = 1 \text{ kN/m}^2$ anzusetzen.

Fugenkräfte aus unterschiedlicher Lagerung benachbarter Deckenelemente, wie beispielsweise einem dreiseitig gelagerten Element, neben seinem zweiseitig gelagerten Nachbarn können über die Verformungsdifferenz Δw in der Mitte der Kontaktfuge erfasst werden. Daraus lassen sich die in der Fuge aufzunehmenden Querkkräfte ermitteln.

¹ Schneelasten werden in EN 1991-1-3:2003, Absatz 2.1 als *ortsfeste veränderliche* Lasten definiert. Ortsfeste Einwirkungen sind nach EN 1990:2013, Abschnitt 1.5.3.8 *Einwirkungen mit festgelegter Verteilung über das Tragwerk oder [den] Bauteil, so dass Größe und Richtung der gesamten Einwirkung eindeutig durch die Festlegung der Größe und Richtung an einen Punkt bestimmt sind.*

In EN 1990:2003, Absatz 3.5.7 wird weiters beschrieben, dass *die Lastfälle für den jeweiligen Nachweis die maßgebenden Belastungsanordnungen [...] enthalten sollen, die gleichzeitig mit den ständigen Lasten und ortsfesten veränderlichen Lasten anzusetzen sind.*

Laut Eurocodes werden also Schneelasten hinsichtlich ihrer Anordnung den ständigen Lasten gleichgestellt. Schneelasten sind folglich nicht wie freie veränderliche Einwirkungen zu behandeln und im Allgemeinen nicht feldweise ungünstig aufzustellen. Nach EN 1991-1-3 sind Schneelasten allerdings für den unverwehten und den verwehten Fall zu betrachten. Verwehungen beziehen sich dabei aber auf spezielle Dachformen (z.B. Sheddächer) oder Hindernisse (wie Aufbauten am Dach) und werden für glatte Dachflächen nicht beschrieben.

Für die Ermittlung von Schnittgrößen aus einer ungünstigen Laststellung von Schneelasten wird für die weiteren Betrachtungen folgender Ansatz vorgeschlagen. Nach EN 1990:2013, Tabelle A.1.2(A) sind für Gleichgewichtsbetrachtungen ungünstig wirkende ständige Lasten mit dem Faktor $\gamma_{G,\text{sub}} = 1,35$ und günstig wirkende ständige Lasten mit dem Faktor $\gamma_{G,\text{inf}} = 1,15$ zu multiplizieren. Werden die ortsfesten Schneelasten für Nachweise der Tragfähigkeit so behandelt, wie ständige Lasten für Nachweise gegen den Verlust des Gleichgewichts, so resultiert daraus eine feldweise alternierende Laststellung von 100 % und 85 % der Schneelast.

Verschattungen oder Verwehungen können zu höheren Unterschieden der Schneelast in benachbarten Felder führen und sind entsprechend zu anzusetzen.

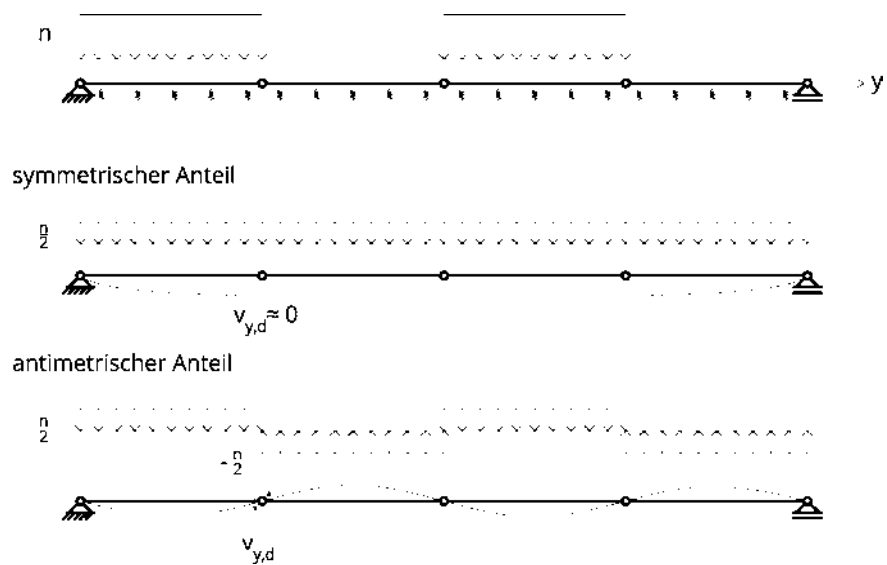


Abbildung 4.9 Ungünstige Laststellung mit symmetrischem und antisymmetrischem Anteil

Die Fugenquerkräfte werden analog zu den Streichlasten ermittelt. Das ungünstigste Lastbild wird in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil zerlegt. Wie das Verformungsbild in Abbildung 4.9 zeigt, führt nur der antisymmetrische Anteil $q_{as,d}$ zu Fugenquerkräften. Nutzlasten n_d gehen daher nur zur Hälfte, Schneelasten s_d nur mit der Hälfte der Lastunterschiede zwischen den Feldern ein. Für den gewählten Ansatz für Schneelasten ergibt dies einen Anteil von $(100\% - 85\%)/2 = 7,5\%$. Wie bei den Streichlasten kann die Lasteinflussbreite b_y für diesen antisymmetrischen Lastanteil angesetzt werden. Der zweite Anteil der Fugenquerkräfte nach Formel (4.9) resultiert aus einer allfälligen differentiellen Verformung in Deckenmitte Δw . Dieser Anteil beträgt bei dreiseitig gelagerten Deckenelementen am Rand des Deckenfeldes je nach Verhältnis der Längs- zur Quersteifigkeit 20 % bis 50 % des ersten, aus der Belastung herrührenden Terms. Damit kann die vereinfachte Formel (4.10) für eine praxisgerechte Abschätzung der Fugenquerkräfte von Deckenfeldern angewandt werden.

$$v_{y,d} = b_y \cdot q_{as,d} + \Delta w \cdot k_{ortho} \cdot \frac{\pi^3 \cdot EI_x}{21,5 \cdot \ell^3} \quad (4.9)$$

$$v_{y,d} \approx b_y \cdot q_{as,d} \cdot 1,50 \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} q_{as,d} &= \frac{n_d}{2} && \text{für Nutzlasten } n_d \\ q_{as,d} &= \frac{s_{max,d} - s_{min,d}}{2} = 0,075 s_d && \text{für Schneelasten } s_d \end{aligned} \quad (4.11)$$

Das angeführte Modell berücksichtigt die Verhältnisse der Biegesteifigkeiten, während der Einfluss von Schub- und Torsionssteifigkeiten der Brettspertholz-Elemente vernachlässigt wird. Für baupraktische Verhältnisse und übliche Abmessungen sind die angegebenen Formeln als ausreichend genau anzusehen.

Zur einfachen Abschätzung der Fugenquerkräfte im baupraktischen Bereich kann bei Nutzlasten von einem Lasteinfluss von 0,75 m für die gesamte Nutzlast und bei Schneelasten von nur 0,12 m für die gesamte Schneelast ausgegangen werden.

Abschätzung von Fugenquerkräften aus Nutzlasten

$$v_{y,d} \approx 0,75 \cdot n_d \quad (4.12)$$

Abschätzung von Fugenquerkräften aus Schneelasten

$$v_{y,d} \approx 0,12 \cdot s_d \quad (4.13)$$

Beispiel 4.3 Deckenfeld mit Vertikallasten

Ermittlung von Streichlasten und Fugenquerkräften

Angaben:

Ein rechteckiges Deckenfeld überspannt ein Feld von $\ell = 5 \text{ m}$ und ist $b = 9,6 \text{ m}$ breit.

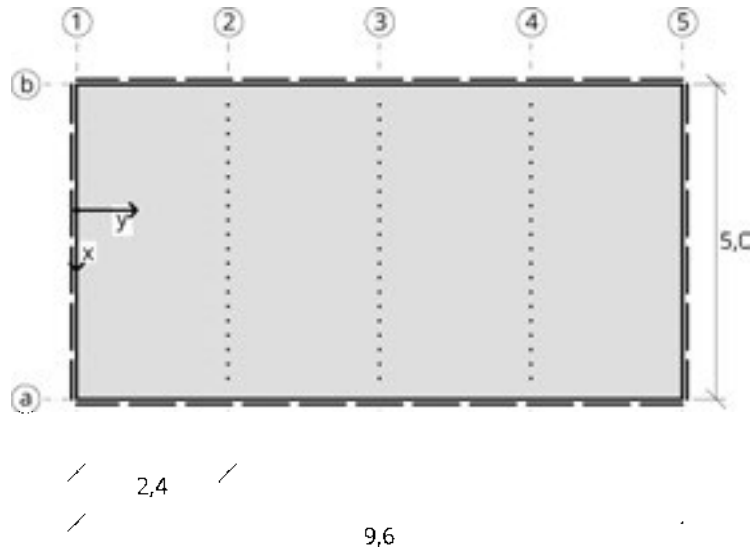


Abbildung 4.10 Deckenfeld

Die BSP-Deckenelemente haben den Aufbau

BSP 220 – L7s2 (30l – 30l – 30w – 40l – 30w – 30l – 30l)

Die charakteristischen Werte der Einwirkungen sind:

Ständige Lasten gesamt: $g_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$,

Nutzlast (Kategorie A): $n_k = 2,5 \text{ kN/m}^2$

Gesucht:

Die Streichlasten und die Fugenquerkräfte sind zu ermitteln.

Steifigkeitsverhältnisse

$$I_x = 2 \cdot \left(100 \cdot \frac{6^3}{12} + 100 \cdot 6 \cdot 8^2 \right) + 100 \cdot \frac{4^3}{12} = 80\,933 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2 \cdot \left(100 \cdot \frac{3^3}{12} + 100 \cdot 3 \cdot 3,5^2 \right) = 7\,800 \text{ cm}^4$$

$$\frac{EI_x}{EI_y} = \frac{80\,933}{7\,800} = 10,38$$

Streichlast auf die decklagenparallelen Wände (Achsen 1 und 5)

$$q_d = \gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot n_k = 1,35 \cdot 3,5 + 1,50 \cdot 2,5 = 8,48 \approx 8,5 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{ortho} = \sqrt[4]{\frac{EI_y}{EI_x}} = \sqrt[4]{\frac{7800}{80933}} = 0,557$$

$$b_y = 0,557 \cdot 0,2855 \cdot \ell = 0,159 \cdot 5 = 0,795 \approx 0,8 \text{ m}$$

Die Streichlast auf die zur Haupttragrichtung parallele Wand beträgt:

$$a_{90,d} = b_y \cdot q_d = 0,8 \cdot 8,5 = 6,8 \text{ kN/m}$$

Formeln (4.6) und (4.7)

Querkraft in den Stoßfugen (Achsen 2 und 4)

$$n_d = \gamma_Q \cdot n_k = 1,5 \cdot 2,5 = 3,75 \approx 3,8 \text{ kN/m}^2$$

Formel (4.10)

Die größte Querkraft in der Stoßfuge beträgt:

$$v_{y,d} \approx b_y \cdot \frac{n_d}{2} \cdot 1,50 = 0,8 \cdot \frac{3,8}{2} \cdot 1,50 = 2,28 \approx 2,3 \text{ kN/m}$$

Die Fugenquerkraft in Achse 3 ist etwa um den Faktor 1,5 geringer.

4.4 Fugenkräfte aus Scheibenwirkung

Neben den Fugenquerkräften aus vertikalen Einwirkungen treten bei Decken- oder Dachscheiben, die zur Aussteifung des Tragwerks herangezogen werden, auch Fugennormalkräfte und Fugenlängsschubkräfte auf, wie in Abbildung 4.11 dargestellt.

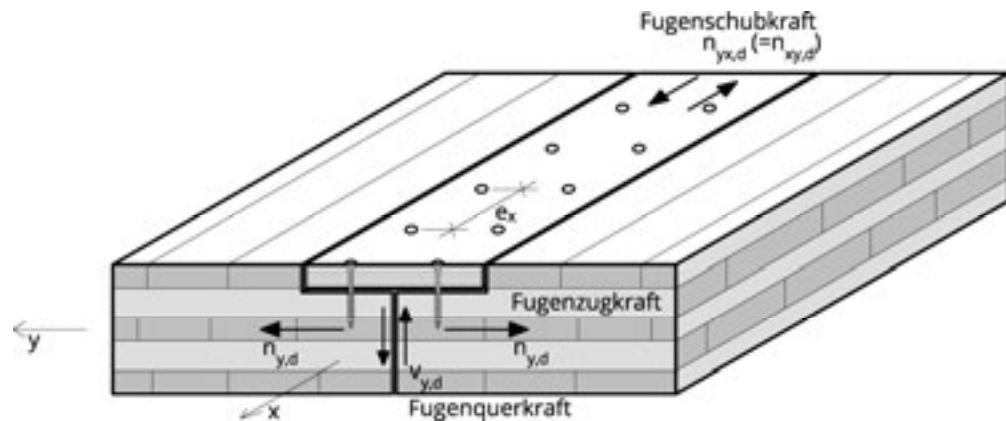


Abbildung 4.11 Bezeichnung der Fugenschnittgrößen

Als Verbindung kommen – abhängig vom Lastniveau – eingefräste Stoßdeckungsleisten, Stufenfäße oder gekreuzte Vollgewindeschrauben in Frage, wie in Abbildung 4.12 dargestellt.



Abbildung 4.12 Häufig ausgeführte Fugenausbildungen (a) eingelassene Decklage, b) Stufenfalz, c) stumpfer Stoß mit Vollgewindeschrauben)

Horizontal wirkende Windlasten oder Erdbebenlasten sind von der Deckenscheibe in die aussteifenden Wände oder Kerne abzuleiten, wie in Abbildung 4.13 dargestellt.

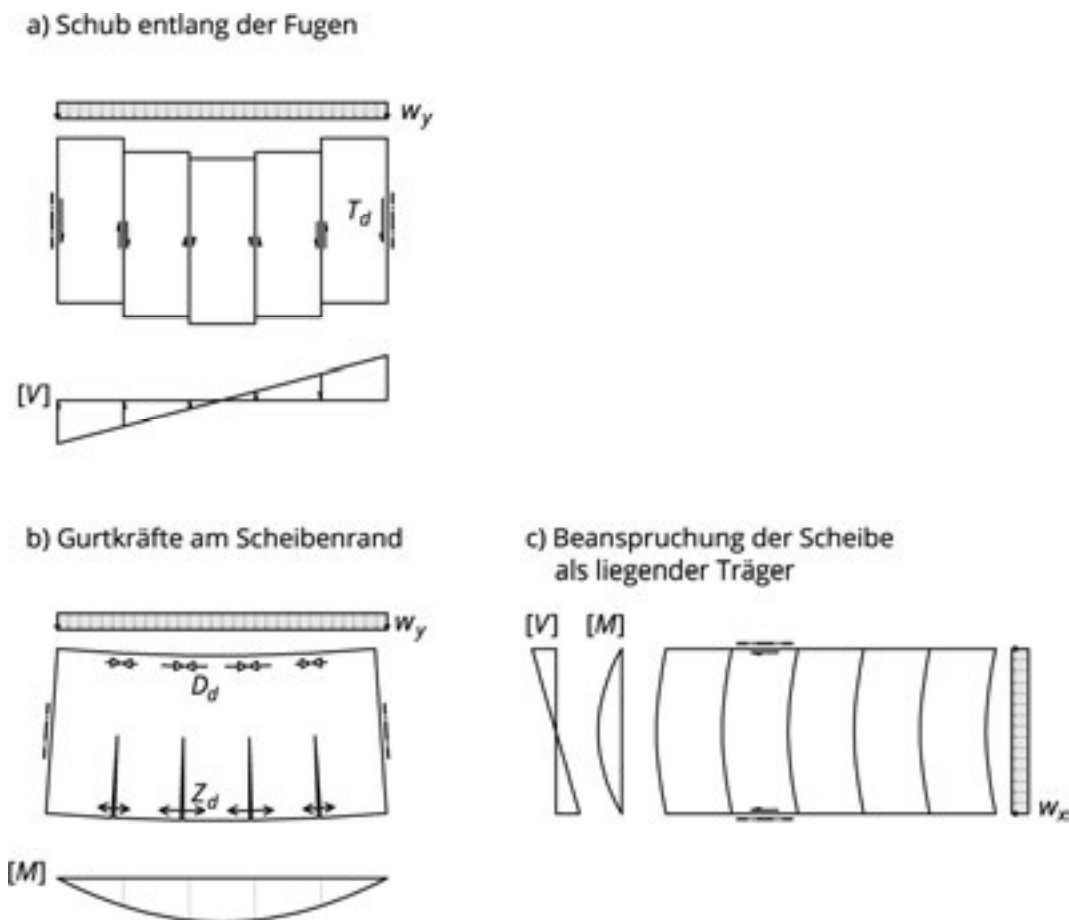


Abbildung 4.13 Scheibenwirkung und Beanspruchungsarten von Deckenscheiben

Die Deckenscheibe kann dabei als Ersatzbalken in der horizontalen Ebene zwischen den aussteifenden Wänden modelliert werden, wie prinzipiell in Abbildung 4.14 dargestellt. Bei der tatsächlichen Anordnung der BSP-Platten wird für eine bessere Lastabtragung auf versetzte Fugen zumindest in eine Richtung geachtet. Die Querkraft V_d in einem Schnitt des Ersatzbalkens ist gleich der Resultierenden der Fugenschubkräfte $n_{xy,d}$ und das Biegemoment M_d des Ersatzbalkens entspricht der Resultierenden der Fugennormalkräfte $n_{y,d}$ in diesem Schnitt.

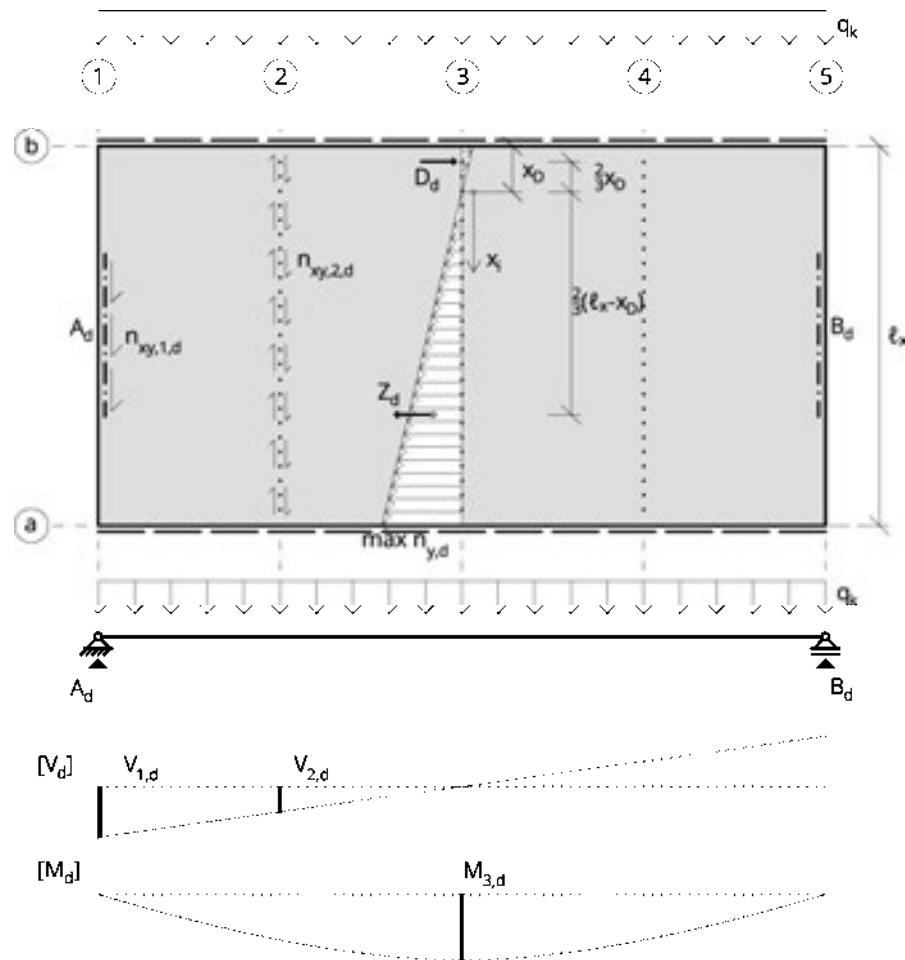


Abbildung 4.14 Deckenscheibe mit Schnittgrößen in den Fugen und Ersatzträger

Für die Dimensionierung der Verbindungsmittel in den Fugen wird angenommen, dass der Schubfluss entlang der Fuge konstant ist und Normalkräfte linear verteilt sind. Allfällige Verbindungen an den Längsrändern a und b werden als nicht wirksam angesehen und es wird von reibungsfreien Fugen ausgegangen.

4.4.1 Fugenschubkräfte

Bei kontinuierlicher Verbindung der Elemente mittels Schrauben kann die Scherkraft über die gesamte Fugenlänge gleichmäßig verteilt angesetzt werden.

Die über die gesamte Fuge konstante Fugenlängsschubkraft je Laufmeter Fuge beträgt dann

$$n_{xy,d} = \frac{V_d}{\ell_x} \quad (4.14)$$

Die Kraft je Verbindungsmittel beträgt folglich

$$F_{xy,i,d} = n_{xy,d} \cdot e_x = \frac{V_d}{\ell_x} \cdot e_x \quad (4.15)$$

mit

V_d Querkraft des Ersatzträgers an der Stelle der betrachteten Fuge

e_x Abstand der Verbindungsmittel entlang der Fuge

ℓ_x Spannweite in Haupttragrichtung

4.4.2 Fugennormalkräfte

Fugennormalkräfte im jeweils betrachteten Schnitt können aus dem zugehörigen Schnittmoment M_d des Ersatzträgers ermittelt werden.

Zur einfacheren Berechnung wird ein linearer Verlauf der Fugennormalspannungen pro Längeneinheit der Fuge angenommen ohne die genauen Lagen der einzelnen Schrauben abzubilden, da in der Regel eine kontinuierliche Verschraubung der Fuge mit konstantem Abstand erfolgt. Aus dem Tragwiderstand eines Verbindungsmittels kann letztlich aus der Beanspruchung der Fuge der statisch erforderliche Mindestabstand der Verbindungsmittel errechnet werden.

Bei relativ geringem Lastniveau werden sich sowohl die Druck- als auch die Zugzone jeweils über die halbe Fugenlänge erstrecken. Bei Laststeigerung wird sich wegen der höheren Steifigkeit durch Hirnholzpressung die Druckzone stark reduzieren, während die Zugzone wegen der relativ dehnweichen Schrauben anwächst und nahezu über die gesamte Fugenlänge verläuft, wie in Abbildung 4.14 dargestellt. Bei Erreichen der Traglast wird – bei ausreichender Verschraubung – die Holzfestigkeit in der Druckzone erreicht.

Mit dieser Annahme beträgt die aufnehmbare Druckkraft bei zunächst noch unbekannter Länge der Druckzone x_D :

$$D_d = \frac{f_{c,0,d} \cdot \sum d_{90} \cdot x_D}{2} \quad (4.16)$$

Durch Herstellen des Kräftegleichgewichts aus Zug- und Druckkraft und des Momentengleichgewichts mit dem Schnittmoment des Ersatzbalkens M_d ergibt sich

$$Z_d = D_d \quad (4.17)$$

$$M_d = D_d \cdot \left(\frac{2 x_D}{3} + \frac{2 (\ell_x - x_D)}{3} \right) = D_d \cdot \frac{2}{3} \ell_x \quad (4.18)$$

Daraus erhält man für die Länge der Druckzone x_D .

$$x_D = \frac{3 M_d}{f_{c,0,d} \cdot \sum d_{90} \cdot \ell_x} \quad (4.19)$$

Die Länge x_D ist gegenüber der Länge ℓ_x klein und kann in guter Näherung mit $x_D = 0$ angenommen werden. Die Dehnungsnulllinie der Fuge wandert mit dieser Annahme ganz an den Druckrand und die Druckzone wird zu einer Druckkraft.

Mit der Vereinfachung eines Zugkeiles und einer Druckkraft erhält man für die Fugennormalkraft am Zugrand:

$$\max n_{y,d} = \frac{3 M_d}{\ell_x^2} \quad (4.20)$$

mit

M_d Bemessungswert des Moments des Ersatzträgers
im betrachteten Schnitt

Der dreiecksförmige Verlauf der Fugenzugkräfte ist durch Verbindungsmittel abzudecken, wie einleitend beschrieben. Dies kann durch kontinuierliche Verschraubung erfolgen oder durch einzelne, dieser Aufgabe zugewiesene Verbindungsmittel, wie zum Beispiel in der Nähe der Deckenränder angeordnete ausgenagelte Lochbleche.

Bei Annahme eines konstanten Verbindungsmittelabstandes e_x ergibt sich für die Verbindungsmittelkraft $F_{y,i,d}$ an der Stelle x_i

$$F_{y,i,d} = \max n_{y,d} \frac{x_i}{\ell_x} e_x = \frac{3 M_d e_x x_i}{\ell_x^3} \quad (4.21)$$

und für das am stärksten beanspruchte Verbindungsmittel am Rand

$$\max F_{y,i,d} = \max n_{y,d} \cdot e_x = \frac{3 M_d e_x}{\ell_x^2} \quad (4.22)$$

Aus der Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels $F_{R,d}$ lässt sich der statisch erforderliche Verbindungsmittelabstand ermitteln:

$$\text{erf } e_x = \frac{F_{y,R,d} \ell_x^2}{3 M_d} \quad (4.23)$$

mit

$F_{y,R,d}$ Bemessungswert des Widerstandes eines Verbindungsmittels
 M_d Moment des Ersatzträgers im betrachteten Schnitt
 ℓ_x Spannweite in Haupttragrichtung

Wird nur eine punktförmig wirkende Verbindung, wie ein Lochblech angeordnet, so sollte damit die gesamte Zugkraft Z_d aufgenommen werden.

$$Z_d = \frac{M_d}{z} = \frac{3 M_d}{2 \ell_x} \quad (4.24)$$

mit

z innerer Hebelsarm zwischen Zug- und Druckresultierender.
Konservativ kann vom dreiecksförmigen Verlauf mit
 $z = \frac{2}{3} \cdot \ell_x$ ausgegangen werden.

Beispiel 4.4 Deckenscheibe mit horizontal und vertikal wirkenden Lasten

Ermittlung der Fugenkräfte in einer Deckenscheibe

Angaben:

Decke über einem rechteckigen Grundriss mit den Abmessungen $6 \times 14,4$ m bestehend aus 6 Elementen BSP 150 – L5s (30l – 30w – 30l – 30w – 30l) mit einer Breite von je $b = 2,4$ m.

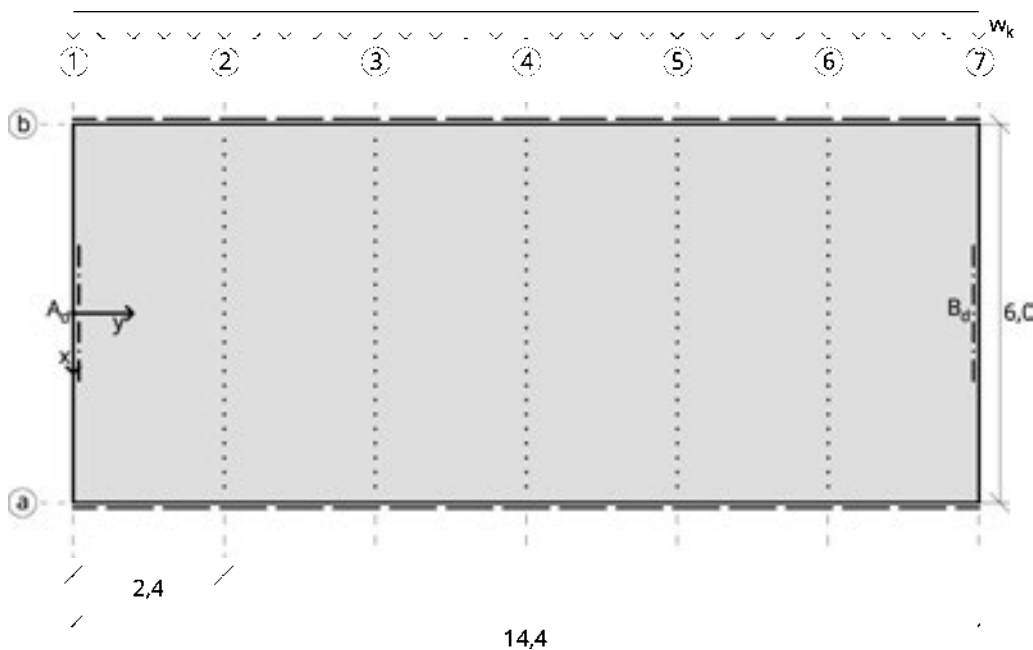


Abbildung 4.15 Grundriss der Deckenscheibe

Als Lasten wirken

eine horizontale Windeinwirkung: $w_k = \pm 3$ kN/m (Lasteinwirkungsdauer kurz / sehr kurz) und die Nutzlast auf der Decke: $n_d = 2,0$ kN/m² (Lasteinwirkungsdauer mittel).

Die Ausbildung der Fuge erfolgt mit gekreuzten Vollgewindeschraubenpaaren in der vertikalen Ebene.

Gesucht:

Dimensionierung und Nachweis der Fugenverbindung (Schraubenkreuze).

Die Tragfähigkeit einer Schraube VGS 8 × 200 mm, $\ell_{ef} = 100$ mm beträgt:

$$F_{ax,k} = 6,7 \text{ kN für axiale Beanspruchung (Zug und Druckkräfte)}$$

$$F_{v,k} = 4,3 \text{ kN für Beanspruchung durch Abscheren}$$

Ermittlung der Fugenquerkräfte durch Nutzlasten bei Plattenwirkung

$$I_x = 22\,275 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 5\,850 \text{ cm}^4$$

Formeln (4.7) und (4.10)

Lasteinflussbreite

$$k_{\text{ortho}} = \sqrt[4]{\frac{EI_y}{EI_x}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 850}{22 \cdot 275}} = 0,716$$

$$b_y = k_{\text{ortho}} \cdot 0,2855 \cdot \ell = 0,716 \cdot 0,2855 \cdot 6 = 1,227 \text{ m} \approx 1,2 \text{ m}$$

Bemessungswert der Nutzlast

$$n_d = \gamma_Q \cdot n_k = 1,5 \cdot 2,0 = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

Fugenquerkraft in Fuge 2 ($y = 2,4 \text{ m}$) und näherungsweise in gleicher Größe in den weiteren Fugen

$$v_{y,d} = b_{90} \cdot \frac{n_d}{2} \cdot 1,50 = 1,2 \cdot \frac{3,0}{2} \cdot 1,50 = 2,7 \text{ kN/m}$$

Ermittlung der Fugenkräfte aus Scheibenwirkung

Schnittgrößen am Ersatzbalken

Bemessungswert der Windlast

$$w_d = \gamma_Q w_k = 1,5 \cdot 3 = 4,5 \text{ kN/m}$$

Auflagerkraft am Ersatzbalken

$$A_d = \frac{w_d \ell_y}{2} = \frac{4,5 \cdot 14,4}{2} = 32,4 \text{ kN}$$

Schnittgrößen in Fuge 2 ($y = 2,4 \text{ m}$)

$$V_{2,d} = A_d - w_d y = 32,4 - 4,5 \cdot 2,4 = 21,6 \text{ kN}$$

$$M_{2,d} = A_d y - \frac{w_d y^2}{2} = 32,4 \cdot 2,4 - \frac{4,5 \cdot 2,4^2}{2} = 64,8 \approx 65 \text{ kNm}$$

Schnittgrößen in Fuge 4 in Scheibenmitte ($y = 7,2 \text{ m}$)

$$V_{4,d} = 0$$

$$M_{4,d} = \frac{w_d \ell_y^2}{8} = \frac{4,5 \cdot 14,4^2}{8} = 117 \text{ kNm}$$

Bemessungswerte der Widerstände



Abbildung 4.16 Widerstände des Schraubenkreuzes bei vertikaler Last

Widerstand einer Schraube bei Axialbeanspruchung (Zug und Druck, Lastdauer kurz/sehr kurz)

$$F_{ax,R,d} = k_{mod} \frac{F_{t,R,k}}{\gamma_M} = 1,0 \cdot \frac{6,70}{1,3} = 5,15 \text{ kN}$$

Widerstand des Schraubenkreuzes bei vertikaler bzw. horizontaler Last (Lastdauer mittel) gemäß Abbildung 4.16:

$$F_{z,R,d} = F_{y,R,d} = \sqrt{2} F_{ax,R,d} = k_{mod} \sqrt{2} \frac{F_{t,R,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \sqrt{2} \cdot 5,15 = 5,83 \text{ kN}$$

Widerstand des Schraubenkreuzes bei Abscheren aus der Schraubenebene (Lastdauer kurz):

$$F_{v,R,d} = k_{mod} \frac{2 F_{v,R,k}}{\gamma_M} = 1,0 \cdot \frac{2 \cdot 4,3}{1,3} = 6,62 \text{ kN}$$

Nachweis für Fuge 4 in Scheibenmitte ($y = 7,2 \text{ m}$)

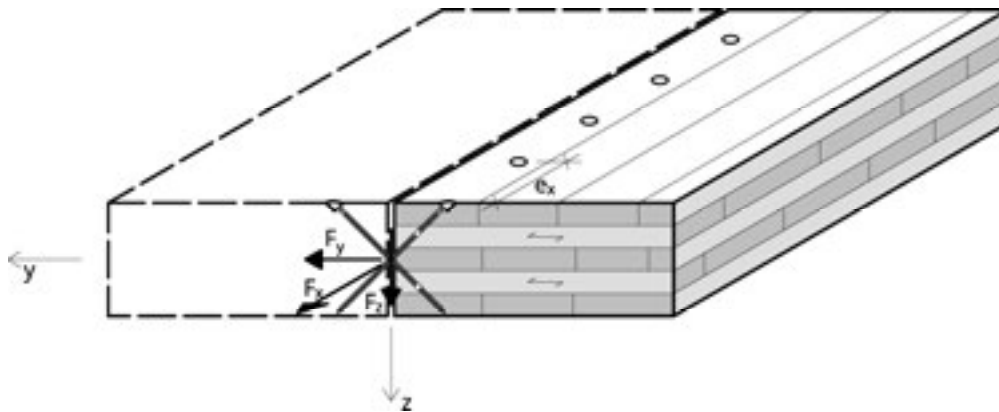


Abbildung 4.17 Kräfte am Schraubenkreuz

Vorbemessung des Schraubenabstandes für die Fugenzugkraft ($k_{mod} = 1,0$)

$$\text{erf } e_x = \frac{F_{y,R,d} \cdot l_x^2}{3 M_{4,d}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 5,15 \cdot 6^2}{3 \cdot 117} = \frac{7,29 \cdot 6^2}{3 \cdot 117} = 0,74 \text{ m}$$

gewählt: $e_x = 50 \text{ cm}$

Fugenzugkraft im äußersten Schraubenkreuz

$$\max F_{y,i,d} = \frac{3 M_{4,d} e_x}{l_x^2} = \frac{3 \cdot 117 \cdot 0,5}{6^2} = 4,88 \text{ kN}$$

Fugenquerkraft je Schraubenkreuz:

Auf der sicheren Seite wird die maximale Fugenquerkraft $F_{z,d}$ zwischen erstem und zweitem Deckenfeld auch in der Fuge in Scheibenmitte angesetzt. Die Tragfähigkeit eines allfällig vorhandenen Zementstrichs wird nicht berücksichtigt.

$$F_{z,d} = v_{2,y,d} \cdot e_x = 2,7 \cdot 0,5 = 1,35 \text{ kN}$$

Nachweis bei Zusammenwirken von Fugenzugkraft und Fugenquerkraft:

$$\frac{F_{y,d} + F_{z,d}}{\sqrt{2} F_{ax,R,d}} = \frac{4,86 + 1,35}{7,29} = \frac{6,21}{7,29} = 0,85 \leq 1$$

Nachweis erfüllt

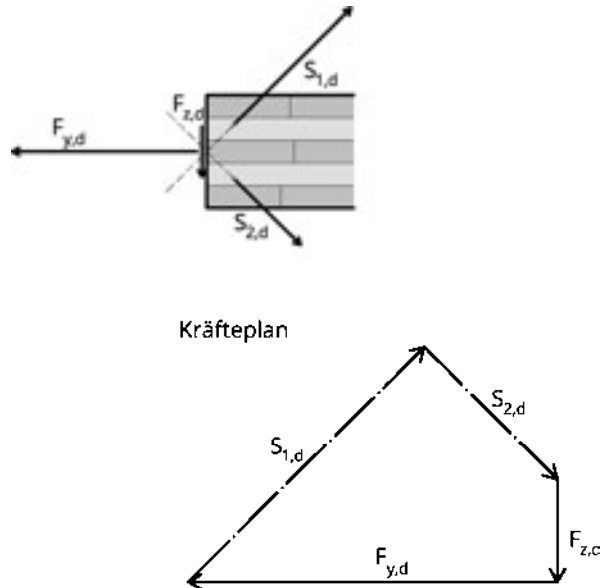


Abbildung 4.18 Wirkung der Fugenkräfte auf die Schrauben S_1 und S_2

Nachweis für Fuge 2 ($y = 2,4 \text{ m}$)

Fuge 2 wird durch Fugenzugkräfte, Fugenquerkräfte und Fugenschubkräfte beansprucht

Fugenschubkraft je Schraubenkreuz

$$F_{xy,d} = \frac{V_{2,d}}{\ell_x} \cdot e_x = \frac{21,6}{6} \cdot 0,5 = 1,80 \text{ kN}$$

Fugenzugkraft im äußersten Schraubenkreuz

$$\max F_{y,d} = \frac{3 M_{2,d} e_x}{\ell_x^2} = \frac{3 \cdot 65 \cdot 0,5}{6^2} = 2,71 \text{ kN}$$

Fugenquerkraft je Schraubenkreuz

$$F_{z,d} = 1,35 \text{ kN}$$

Nachweis (lastdauer kurz)

$$\left(\frac{F_{xy,d}}{F_{v,R,d}} \right)^2 + \left(\frac{F_{y,d} + F_{z,d}}{\sqrt{2} F_{ax,R,d}} \right)^2 = \left(\frac{1,80}{6,62} \right)^2 + \left(\frac{2,71 + 1,35}{7,29} \right)^2 = 0,074 + 0,31 = 0,39 \leq 1$$

Nachweis erfüllt.

Nachweis für Querkraft aus Nutzlast alleine (Lastdauer mittel)

$$\frac{F_{z,d}}{F_{z,R,d}} = \frac{2,71}{5,83} = 0,46 \leq 1$$

Nachweis erfüllt.

Nachweis für die Auflagerfuge ($y = 0$ m)

Die vertikalen Streichlasten werden über Auflagerpressung an die Wand weitergeleitet. Die Fugenschubkräfte sind in die aussteifende Wandscheibe mit der Länge $\ell_W = 3$ m einzuleiten.

Fugenschubkraft zur Verbindung der Decke mit der Wand

$$n_{xy,1,d} = \frac{A_d}{\ell_W} = \frac{32,4}{3} = 10,8 \text{ kN/m}$$

Fugenschubkraft je Schraubenkreuz

$$F_{xy,d} = n_{xy,1,d} \cdot e_x = 10,8 \cdot 0,5 = 5,4 \text{ kN}$$

Nachweis

$$\frac{F_{xy,d}}{F_{v,R,d}} = \frac{5,4}{6,62} = 0,82 \leq 1$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 82\%$).

4.4.3 Fugen mit Stoßdeckungsleiste

Neben der in Beispiel 4.4 angeführten Fugenausbildung mit gekreuzten Vollgewindeschrauben sind Ausbildungen mit Stufenfalz und Ausbildungen mit Stoßdeckungsleisten – also eingelassenen Decklagen aus Holzwerkstoffen – gebräuchlich. Im Folgenden werden statische Modelle zur Übertragung der Fugenschnittgrößen bei eingelassener Decklage vorgestellt, um die Grenzen ihrer Tragfähigkeit auszuloten.

Durch Fugenquerkräfte $v_{y,d}$ werden die Schrauben in der Stoßdeckungsleiste auf Ausziehen beansprucht, während sie durch Fugennormalkräfte $n_{y,d}$ und Fugenschub $n_{xy,d}$ vorwiegend auf Abscheren beansprucht werden. Für die planmäßige Übertragung höherer Fugenquerkräfte sind Stufenfälsche zu bevorzugen, bei höheren Normalkräften sind Ausführungen mit gekreuzten Schraubenpaaren oder Nagelblechen effektiver.

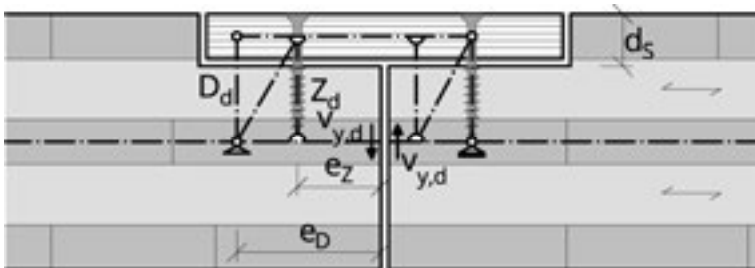


Abbildung 4.19 Statisches Modell für die Übertragung von Fugenquerkräften

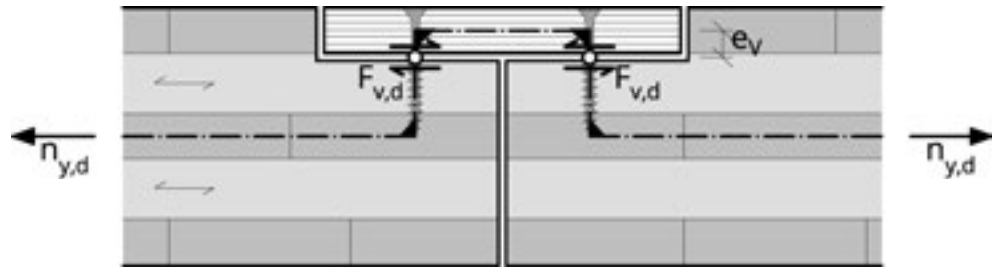


Abbildung 4.20 Statisches Modell für die Übertragung von Fugenzugkräften

Die Schraubenkräfte ergeben sich gemäß den statischen Modellen aus Abbildung 4.19 und Abbildung 4.20 zu:

Zugkraft je Schraube aus Fugenquerkraften

$$Z_d = v_{y,d} \cdot e_x \cdot \frac{e_D}{e_D - e_Z} \quad (4.25)$$

Abscherkraft je Schraube aus Fugenzugkräften und Fugenscherkräften

$$F_{v,d} = \sqrt{n_{y,d}^2 + n_{xy,d}^2} \cdot e_x \quad (4.26)$$

mit

e_x Abstand der Schraube in Fugenlängsrichtung

e_Z Abstand der Schraube vom Fugenrand

e_D Abstand der resultierenden Druckkraft vom Fugenrand

Der erforderliche Schraubenabstand in Richtung der Fuge für eine Einwirkende Fugenquerkraft und gegebener Schraubenzugtragfähigkeit $F_{ax,k} d$ kann wie folgt ermittelt werden:

$$\text{erf } e_x = F_{ax,d} \frac{e_D - e_Z}{v_{y,d} \cdot e_D} = k_{mod} \frac{F_{ax,k}}{\gamma_m} \frac{e_D - e_Z}{v_{y,d} \cdot e_D} \quad (4.27)$$

Beispiel 4.5 Verschraubung für eine Fuge mit eingelassener Decklage

Bestimmung der erforderlichen Verschraubungsabstände

Angabe:

Die Fuge wird mit einem Falzmaß von 27 × 80 mm ausgeführt. Die Decklage ist eine Dreischichtplatte mit Dicke $t = 27$ mm und Breite $b = 160$ mm.

Die Verschraubung soll mit Teilgewindeschrauben TGS mit Senkkopf erfolgen, Der Gewindeaußendurchmesser beträgt $d = 8$ mm, die Schraubenlänge $l_g = 120$ mm. Der Kopfdurchzieh widerstand und damit die aufnehmbare Schraubenzugkraft beträgt $F_{ax,k} = 2,25$ kN.

Der Abstand der Schraube bzw. der Druckresultierenden beträgt $e_Z = 40$ mm bzw. $e_D = 40 + \frac{2}{3} \cdot 40 = 67$ mm von der Fuge.

Als Einwirkung ist eine Fugenquerkraft $v_{y,d} = 2,0$ kN/m gegeben.

Gesucht

Ermittlung des erforderlichen Verschraubungsabstandes e_x

Bemessungswert des Kopfdurchzieh Widerstandes

$$F_{ax,d} = k_{mod} \frac{F_{ax,k}}{\gamma_m} = 0,8 \frac{2,25}{1,3} = 1,38 \text{ kN}$$

Erforderlicher Abstand

$$erf\ e_x = F_{ax,d} \frac{e_D - e_Z}{v_{y,d} \cdot e_D} = 1,38 \cdot \frac{1}{2,0} \cdot \frac{67 - 40}{67} = 1,38 \cdot 0,5 \cdot 0,403 = 0,278 \text{ m}$$

gewählter Abstand

$$gew.\ e_x = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

Verschraubung der Stoßfugen: TGS 8×120mm alle 25 cm je Plattenrand

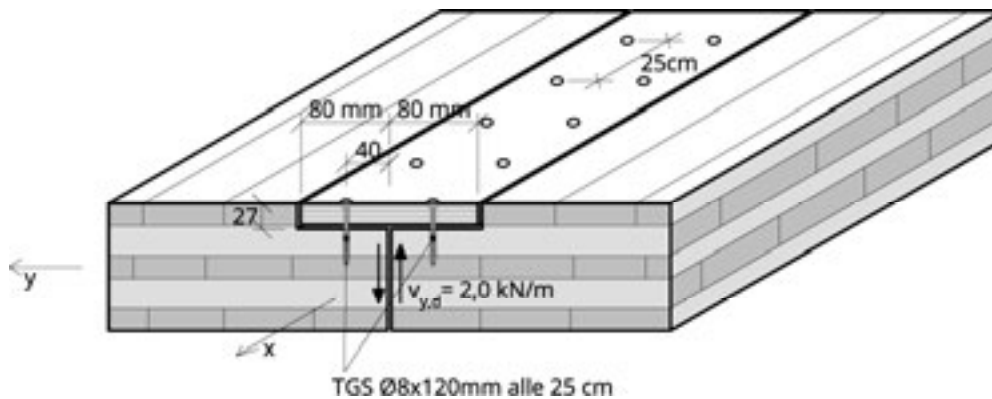


Abbildung 4.21 Gewählte Verschraubung

4.5 Punktlasten

Punktförmige Einwirkungen und ebenso punktförmige Stützungen führen zu lokalen Spannungskonzentrationen in BSP-Elementen. Neben der direkten lokalen Beanspruchung auf Querdruck, die in Abschnitt 4.5.3 behandelt wird, sind die in BSP-Platten auftretenden Beanspruchungen aus Biegemomenten und Querkräften als Folge der Punktlasten von Interesse.

Punktlasten können aus lokalen Nutzlasten oder Stützen und anderen stabförmigen Bauteilen herrühren. Für die Berechnung sind diese auf die Mittelebene der tragenden Platten zu beziehen, wie in 4.5.1 beschrieben.

Durch das zweiachsige Tragverhalten der BSP-Platten können Beanspruchungen aus lokalen Lasten auch bei zweiseitig gelagerten Platten auf Grund der Quertragwirkung auf eine größere rechnerische Lastverteilungsbreite bezogen werden. Dies führt zu deutlichen Reduktionen der Beanspruchung gegenüber der einachsigen Betrachtung als Trägerstreifen.

4.5.1 Lastverteilung

Lokale Lasten werden auf eine rechnerische Lastverteilungsbreite c_y auf Höhe der Mittelebene der BSP-Platte bezogen. Die Lastausbreitung erfolgt einerseits durch allfällig vorhandene Bodenaufbauten, andererseits in der BSP-Platte selbst.

Als mögliche Einwirkungen kommen punktförmige Nutzlasten für Geschosßbauten in der Regel in der Größe von $Q_k = 2$ bis 4 kN vor. Ihre Aufstandsfläche wird mit einem Quadrat von 5×5 cm angenommen. Stützen und andere stabförmigen Bauteile wirken in der Regel direkt auf die BSP-Platte.

Q_k laut ÖNORM EN 1991-1-1,
Tabelle 6.2

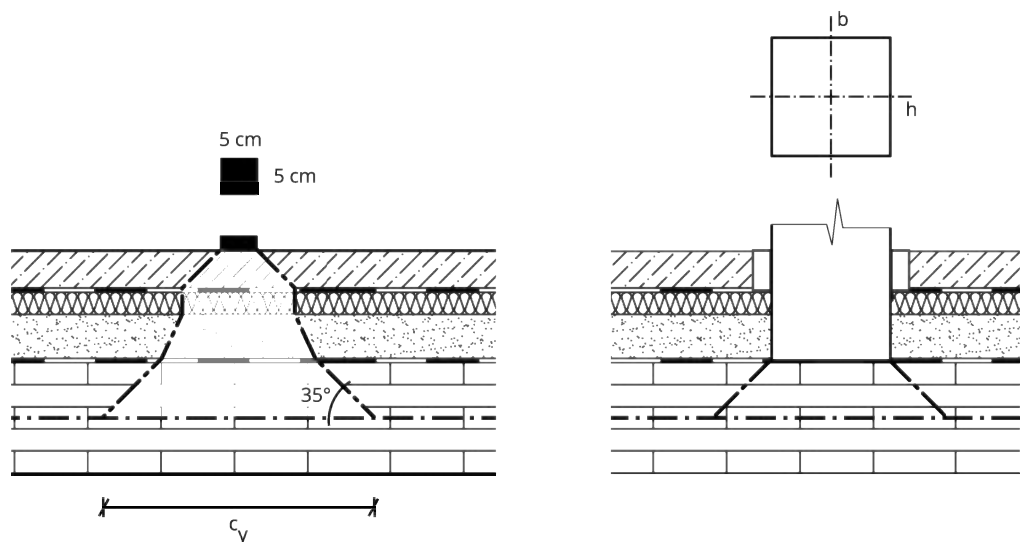


Abbildung 4.22 Lastverteilung von Nutzlasten und Stützen

Die lastverteilende Wirkung bis zur Mittelebene der BSP-Platte lässt sich durch Ansatz von Ausbreitungswinkeln für jede der Schichten des Bodenaufbaus bis zur Mittelebene

ermitteln. Die Lastbreite auf Höhe der Mittelebene beträgt dann c_y . In Übereinstimmung mit Abbildung 4.22 sind typische Lastausbreitungswinkel für Zementestriche 45° , für BSP vereinfacht 35° (45° für Längslagen und 15° für Querlagen), für Schüttungen etwa 15° und für Dämmungen 0° . In Haupttragrichtung können Punktlasten ebenfalls auf die beschriebene Weise auf die Mittelebene bezogen werden. Die entsprechende Lastlänge wird dann mit c_x bezeichnet und ist in Abbildung 4.23 dargestellt.

4.5.2 Plattentragwirkung

Die Lastverteilung durch die Plattentragwirkung wurde in Abschnitt 11.2.3 von Band 1 als konservative Annahme nicht in Rechnung gestellt.

Wegen der zweiachsigen Plattentragwirkung von BSP-Decken ist das Plattenbiegemoment $m_{y,d}$ zufolge Einzellasten Q_d oder entlang der Haupttragrichtung wirkender Linienlasten q_d geringer als das Schnittmoment M_d eines ausschließlich in eine Richtung wirkenden Plattenstreifens. Durch Einführen einer rechnerischen Lastverteilungsbreite $b_{M,ef}$ kann aus dem Schnittmoment des Plattenstreifens auf jenes der Platte rückgerechnet werden.

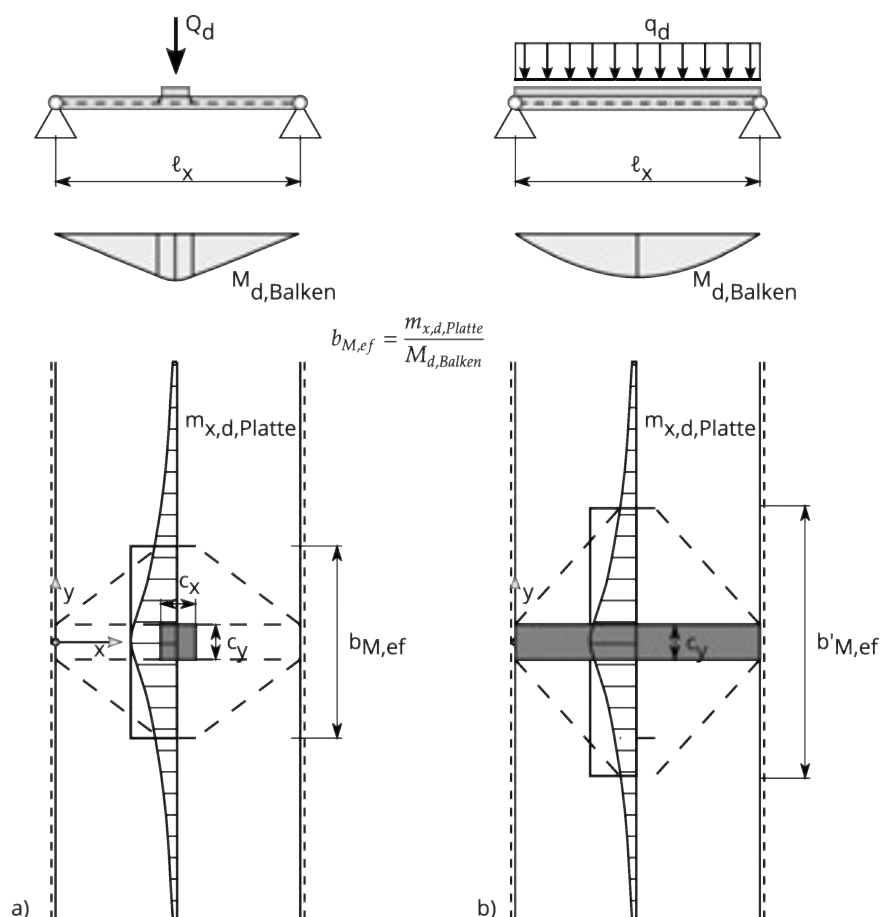


Abbildung 4.23 Verteilung der Biegemomente bei a) Punktförmiger und b) linienförmiger Belastung

Die Ermittlung der rechnerischen Lastverteilungsbreite erfolgt in Anlehnung an Heft 240 (DAfStb, 1988) mit dem Modell isotroper Platten unter zusätzlicher Berücksichtigung des Einflusses der Orthotropie nach Girkmann, 1968 und einer analytischen Lösung für den unendlich langen orthotropen Plattenstreifen. Um alle baupraktisch üblichen Deckenabmessungen abzudecken, wurden die Faktoren in den theoretisch ermittelten Formeln angepasst.

Ist das Deckenfeld einer einachsrig gespannten Platte durch freie Ränder im Abstand ℓ_y begrenzt, so zeigen numerische Vergleichsrechnungen, dass die Lastverteilungsbreite mit $0,65 \cdot \ell_y$ zu begrenzen ist. Für Lasten nahe an freien Rändern ist die rechnerische Lastverteilungsbreite durch die tatsächlich vorhandene geometrische Breite zu begrenzen, wie in Abbildung 4.24 gezeigt.

Der Einfluss von Stoßfugen, also Liniengelenken parallel zur Spannrichtung wurde nicht im Detail untersucht. Konservativ sollte daher – auch bei insgesamt breiteren Deckenfeldern – nicht mehr als die Breite eines Deckenelements b_y für die Lastausbreitung in Rechnung gestellt werden.

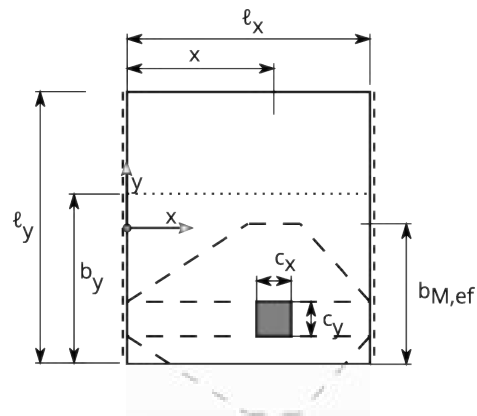


Abbildung 4.24 Reduzierte Lastverteilungsbreite bei Lasten an freien Rändern

Für das maximale Biegemoment aus mittiger Belastung ($x = l_x/2$)

$$b_{M,ef} = (c_y + 0,5 \cdot \ell_x) \cdot k_{ortho} \leq b_{M,max} \quad (4.28)$$

Für eine allgemeine Lage x der Lasteinleitungsfläche

$$b_{M,ef} = \left[c_y + 2,0 \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{\ell_x} \right) \right] \cdot k_{ortho} \leq b_{M,max} \quad (4.29)$$

mit der größten anzusetzenden Breite

$$b_{M,max} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,65 \cdot \ell_y \\ b_y \end{array} \right. \quad (4.30)$$

Der Orthotropiefaktor beträgt

$$k_{ortho} = \sqrt[4]{\frac{EI_{y,net}}{EI_{x,net}}} \quad (4.31)$$

mit c_y der Breite der Aufstandsfläche,

ℓ_x der Spannweite zwischen den Lagerachsen,

ℓ_y der Breite des Deckenfeldes (quer zur Spannrichtung)

und b_y der Breite einer BSP-Platte.

Mit dem Orthotropiefaktor k_{ortho} wird der Einfluss der Steifigkeitsverhältnisse auf die Lastverteilung erfasst. Er findet sich in analoger Form in den Annahmen für die Querverteilung von Einzellasten im Schwingungsnachweis laut ÖNORM B 1995-1-1:2015.

Wirksame Breite für die Biegebeanspruchung

Für Linienlasten, wie sie durch Wände parallel zur Spannrichtung eingeleitet werden beträgt die rechnerische Lastverteilungsbreite für Biegung:

$$b'_{M,ef} = \ell_x \cdot k_{ortho} \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,85 \cdot \ell_y \\ b_y \end{array} \right. \quad (4.32)$$

mit

ℓ_y Breite des Deckenfeldes quer zur Haupttragrichtung

b_y Breite einer BSP-Platte

Das maximale Biegemoment bei mittigem Lastangriff am Ersatzbalken beträgt dann:

$$M_{m,d} = Q_d \cdot \frac{2 \cdot \ell_x - c_x}{8} \approx \frac{Q_d \cdot \ell_x}{4} \quad (4.33)$$

Das Biegemoment bei Lastangriff an der Stelle x beträgt

$$M_{m,d} \approx Q_d \cdot \frac{(\ell_x - x)}{\ell_x} x \quad (4.34)$$

Das Plattenbiegemoment errechnet sich zu

$$m_{x,d} = \frac{M_{m,d}}{b_{M,ef}} \quad (4.35)$$

Die Biegespannung errechnet sich aus

$$\sigma_{m,d} = \frac{m_{x,d}}{W_{x,net}} = \frac{M_{m,d}}{b_{M,ef} \cdot W_{x,net}} \quad (4.36)$$

Wirksame Breite für die Schubbeanspruchung

Querkraften V_d sind in der Regel nur bei auflagnahen Lasten maßgebend. So kann die Schubspannung zufolge einer Nutzlast Q_d nahe der Lagerachse wie folgt ermittelt werden.

Mit der wirksamen Breite für die Querkraft

$$b_{V,ef} \approx c_y \cdot 1,25 \quad (4.37)$$

errechnet sich die Rollschubspannung zu

$$\tau_{R,d} = Q_d \cdot \frac{S_{R,x}}{I_{x,net} \cdot b_{V,ef}} \quad (4.38)$$

Für Linienlasten, wie sie durch Wände parallel zur Spannrichtung eingeleitet werden beträgt die rechnerische Lastverteilungsbreite

$$b'_{V,ef} = 0,25 \cdot \ell \quad (4.39)$$

Für den detaillierten Nachweis der Schubtragfähigkeit im Krafteinleitungsbereich kann einerseits eine Schnittgrößenermittlung mittels Computer-Berechnung (FEM) erfolgen oder andererseits die Kraft den verfügbaren Schnittufern in einem Rundschnitt um die Stütze zugewiesen werden. Liegen die Querkraften aus einer genauen Schnittgrößenermittlung vor, können diese direkt für den Nachweis der Rollschub- bzw. Schubspannungen herangezogen werden.

Wird die Punktlast auf Schnitte in einem kritischen Rundschnitt verteilt, so wird dieser Rundschnitt mit einem Lastausbreitungswinkel von 35° vom Rand der Lasteinleitungsfläche bis zur Mittelachse der BSP-Platte bestimmt.

Die einwirkende Punktlast F_d wird zunächst in zwei Anteile der beiden Tragrichtungen der Platte aufgeteilt¹: in einen Anteil in Schnitten quer zur Haupttragrichtung (x-Achse)

¹ nach Mestek, 2011, Seite 63 wird die Anzahl der Lagen über die Formel $0,67 \cdot n^{-0,1}$ berücksichtigt. Das führt abhängig von der Anzahl der Lagen zu folgenden Lastanteilen in Haupttragrichtung (x-Achse): 0,6 für 3 Lagen, 0,57 für 5 Lagen, 0,55 für 7 Lagen und 0,54 für 9 Lagen.

$F_{x,d} = 0,6 \cdot F_d$ und einen Anteil in Schnitten quer zur Nebentragrichtung (y-Achse) $F_{y,d} = 0,4 \cdot F_d$. Anschließend werden diese beiden Anteile auf die Anzahl der verfügbaren Schnitte aufgeteilt. Diese hängt von der Position der Punktlast in der Platte ab. Im Bereich Innen stehen für beide Tragrichtungen zwei Schnitte zur Verfügung und die maßgeblichen Querkräfte betragen $V_{x,d} = \frac{F_{x,d}}{2}$ und $V_{y,d} = \frac{F_{y,d}}{2}$. Am Rand steht für eine der beiden Richtungen nur ein Schnitt zur Verfügung und die maßgebliche Querkraft beträgt dann zum Beispiel $V_{x,d} = F_{x,d}$. Sinngemäß ist für den Eckbereich zu verfahren.

Mit diesen Querkräften und der zuvor ermittelten Breite der Schnitte können die Schubnachweise geführt werden.

Durchbiegungen

Die oben ermittelte rechnerische Lastverteilungsbreite für die Biegebeanspruchung kann auch für die konservative Berechnung der Durchbiegung herangezogen werden.

Deckenfugen

Wie oben beschrieben wird die rechnerische Lastverteilungsbreite mit der Elementbreite b_y – also dem Abstand der Deckenfugen – begrenzt. Mit dieser Annahme ist gewährleistet, dass das Gleichgewicht durch Lastabtragung in Hauptspannungsrichtung alleine gewahrt bleibt. Fugenquerkräfte sind dann für die Wahrung des Gleichgewichts nicht erforderlich. Die tatsächlich auftretenden Fugenquerkräfte hängen von der Fugenausbildung und der daraus resultierenden Fugensteifigkeit ab und können nur mittels geeigneter numerischer Modelle (FEM oder Trägerrost) ermittelt werden.

Je höher die Anzahl der Lagen, desto gleichmäßiger verteilen sich demnach die Querkräfte in die beiden Tragrichtungen. Naturgemäß hängen die tatsächlichen Verteilungen stark vom statischen System ab.

Beispiel 4.6 Plattenstreifen mit Punktlast

Bestimmung des Bemessungsmomentes zufolge einer Einzellast

Angaben:

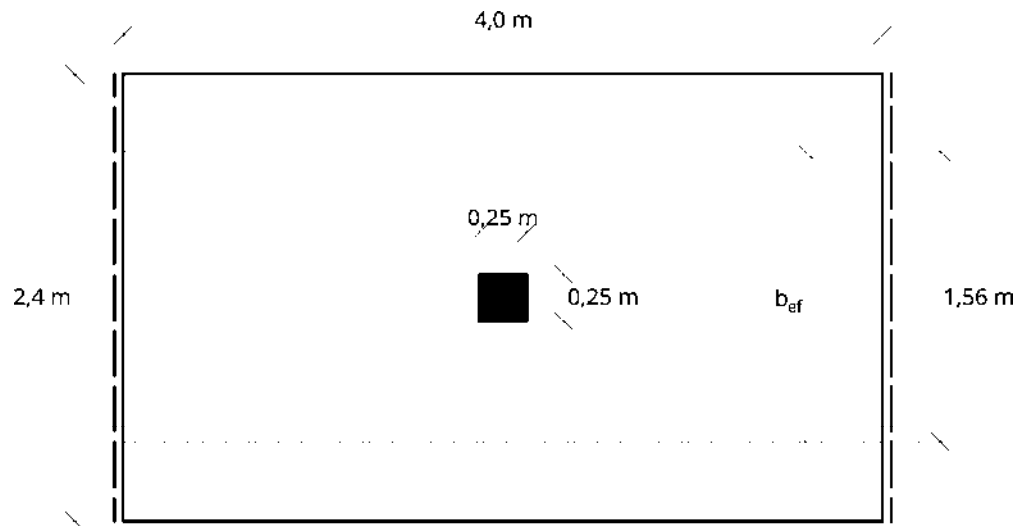
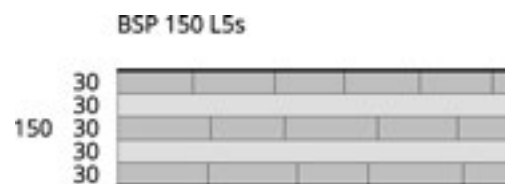


Abbildung 4.25 Decke mit Punktlast

BSP-Deckenplatte 150-L5s (30l – 30w – 30l – 30w – 30l)



Zweiseitig gelagert mit einer Spannweite von $\ell_x = 4,0\text{ m}$. Die Breite des Deckenfeldes beträgt $\ell_y = 2,4\text{ m}$. Als Belastung wirkt eine Einzellast $Q_k = 4\text{ kN}$ in Plattenmitte. Die Aufstandsfläche beträgt $c_x = c_y = 0,25\text{ m}$.

Gesucht:

Biegemoment, Biegespannung in Haupttragrichtung, Durchbiegung

Querschnittswerte

$$I_{x,net} = I_{0,net} = I_{eigen} + I_{steiner} = 3 \cdot \frac{b \cdot d_1^3}{12} + 2 \cdot b \cdot d_1 \cdot z_1^2 = 3 \cdot \frac{100 \cdot 3^3}{12} + 2 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 6^2 = 22.275 \text{ cm}^4$$

$$I_{y,net} = I_{90,net} = I_{eigen} + I_{steiner} = 2 \cdot \frac{b \cdot d_1^3}{12} + 2 \cdot b \cdot d_1 \cdot z_1^2 = 2 \cdot \frac{100 \cdot 3^3}{12} + 2 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 3^2 = 5.850 \text{ cm}^4$$

$$k_{ortho} = \sqrt[4]{\frac{EI_{y,net}}{EI_{x,net}}} = \sqrt[4]{\frac{E \cdot 5.850}{E \cdot 22.275}} = 0,716$$

$$W_{x,net} = \frac{I_{x,net}}{z_{max}} = \frac{22.275}{7,5} = 2.970 \text{ cm}^3$$

Wirksame Plattenbreite

$$b_{M,ef} = (c_y + 0,5 \cdot \ell_x) \cdot k_{ortho} = (0,25 + 0,5 \cdot 4) \cdot 0,7159 = 1,61 \text{ m}$$

Maximalwert:

$$b_{M,ef} = 1,61 \text{ m} \leq 0,65 \cdot \ell_y = 0,65 \cdot 2,4 = 1,56 \text{ m}$$

$$b_{M,ef} = 1,56 \text{ m}$$

Biegemoment am Einfeldbalken

$$Q_d = \gamma_Q \cdot Q_k = 1,50 \cdot 4 = 6 \text{ kN}$$

$$M_{m,d} = Q_d \cdot \frac{2 \cdot \ell_x - c_x}{8} = 6 \cdot \frac{2 \cdot 4,0 - 0,25}{8} = 5,82 \text{ kNm}$$

Bemessungsmoment als Plattenschnittgröße

$$m_{x,d} = \frac{M_{m,d}}{b_{M,ef}} = \frac{5,82}{1,56} = 3,73 \text{ kNm/m}$$

Biegespannung (hier ohne Nachweis der Festigkeit)

$$\sigma_{m,d} = \frac{m_{x,d}}{W_{x,net}} = \frac{3,73 \cdot 100}{2.970} \cdot 10 = 1,26 \text{ N/mm}^2$$

Durchbiegung

$$w_{Q,inst} = \frac{1}{b_{M,ef}} \cdot \frac{Q_k \cdot \ell_x^3}{48 \cdot E \cdot I_{x,net}} = \frac{1}{1,56} \cdot \frac{4 \cdot 4^3}{48 \cdot \frac{11.550}{10} \cdot \frac{22.275}{100^2}} \cdot 1.000 = 0,641 \cdot 2,073 \text{ mm}$$

$$w_{Q,inst} = 1,33 \text{ mm}$$

Ein Vergleich mit einer FEM-Berechnung als orthotrope Platte, wie sie in Kapitel 1 beschrieben wird, ergibt

$$m_{x,d} = \gamma_Q \cdot m_{x,k} = 1,5 \cdot 2,2 = 3,3 \text{ kNm/m}$$

also für das vorliegende Beispiel einen geringeren Wert aus der FEM-Rechnung mit einer Abweichung von 11% gegenüber der Handrechnung.

Für die Durchbiegung ergibt die FEM-Rechnung

$$w_{Q,inst} = 1,2 \text{ mm}$$

also für dieses Beispiel einen geringeren Wert mit einer Abweichung von 9% gegenüber der Handrechnung.

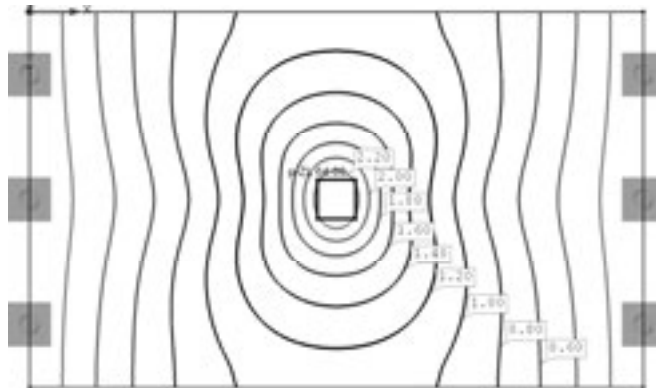


Abbildung 4.26 Isolinien der Biegemomente $m_{x,k}$ (charakteristisches Niveau)

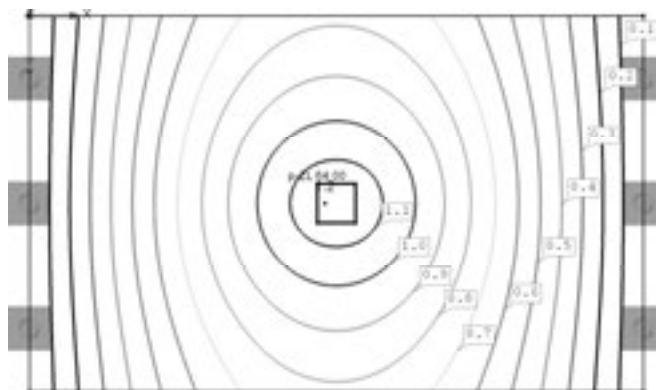


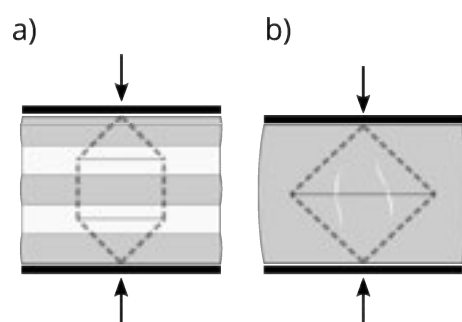
Abbildung 4.27 Isolinien der Durchbiegung u_{inst}

4.5.3 Querdruck

Punktförmige oder linienförmige Lasten quer zur Deckenebene führen zu Beanspruchungen auf Querdruck. Holz zeigt bei Beanspruchung quer zur Faser ein elasto-plastisches Tragverhalten, da bei Laststeigerung über die Elastizitätsgrenze die Zellen der Holzstruktur gestaucht und plastisch verformt werden. Die Querdruckfestigkeit entspricht jener Spannung, die in der Querdruckprüfung an einem Würfel¹ nach Entlastung zu einer bleibenden Verformung von 1 % der Höhe des gedrückten Bauteils führt und bei etwa 3 % bis 4 % gesamter Stauchung unter Last eintritt. Bei Überschreiten dieses Festigkeitswertes tritt noch kein Versagen im gedrückten Bauteil ein, aber die Setzungen nehmen progressiv zu und die Steifigkeit sinkt. Solange die Setzungen nicht zu bemessungsrelevanten Lastumlagerungen in statisch unbestimmten Tragwerken führen oder gar einen Verlust des Gleichgewichts zu Folge haben, ist der Nachweis der Querdruckspannungen den Nachweisen der Gebrauchstauglichkeit zuzuordnen². Für stabförmige Bauteile wurden daraus Erhöhungsfaktoren $k_{c,90}$ abgeleitet und die jeweilige tatsächliche Kontaktlänge auf jeder Seite um 3 cm zu einer wirksamen Kontaktlänge vergrößert³.

Für die Dimensionierung der Aufstandsflächen lastbringender Bauteile auf BSP-Decken sollte analog vorgegangen werden. Der Grenzzustand der Querdrucktragfähigkeit ohne Erhöhungsfaktoren ist für jene Fälle zu untersuchen, wo sich Einpressungen auf die Tragfähigkeit des Tragwerks auswirken können. In den überwiegenden anderen Fällen ist für Querdruck der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu betrachten. Der Nachweis darf dabei auf das charakteristische Lastniveau gesenkt werden, um die Einpressungen auf dem normgemäßen Niveau zu halten. Werden bei der Dimensionierung der Bauteile höhere Einpressungen zugelassen, so ist die Konstruktion auf diese höheren Setzungen abzustimmen (z.B. bei mehrgeschoßigen Tragwerken).

Bei auf Querdruck beanspruchtem Brettsperrholz wirkt sich der Sperreffekt aus den sich kreuzenden Lagen günstig aus. Die Querdehnung der Hölzer wird durch die höhere Dehnsteifigkeit der Querlagen behindert. Dadurch werden sowohl die Verformungen als auch die Querzugspannungen reduziert, wie prinzipiell in Abbildung 4.28 dargestellt.



**Abbildung 4.28 Sperreffekt a) gekreuzte Lagen (Brettsperrholz, Sperrholz)
b) unidirektionaler Aufbau (Vollholz, Brettschichtholz)**

¹ Versuchsbeschreibung in EN 408. Siehe auch Leijten et al., 2012

² Siehe Blaß, 2004

³ EN 1995-1-1:2015, Abschnitt 6.1.5

Bei lokal begrenzten Pressungen breiten sich die Lasten auf eine größere Fläche aus. Dies wirkt sich ebenfalls günstig auf den Querdruckwiderstand von Brettsperrholz aus. Messungen von Halili, 2008 zeigen prinzipiell die Verbesserungen durch den Sperreffekt an einem Würfel einerseits und die Lastausbreitung in einer nur mittig belasteten Platte andererseits, wie in Abbildung 4.29 dargestellt. Die angegebenen Erhöhungswerte sind als exemplarische Prüfergebnisse zu sehen und gelten nicht im allgemeinen Fall.

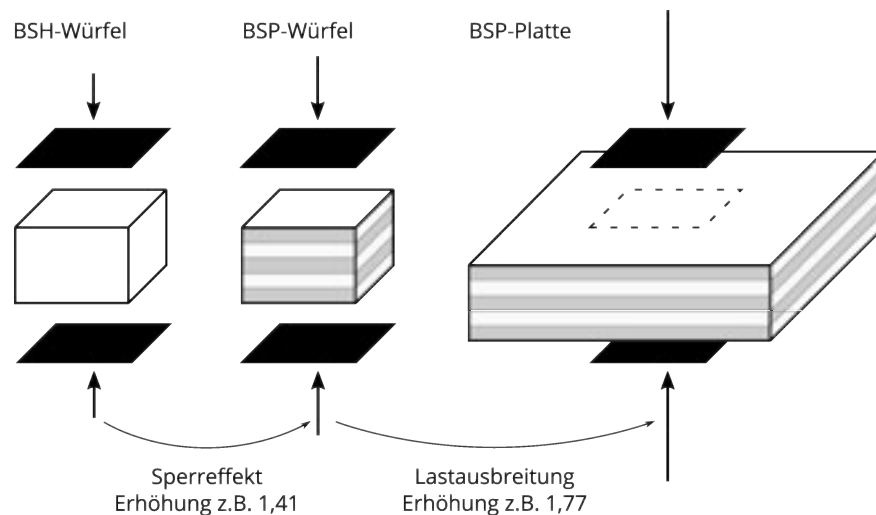


Abbildung 4.29 Querdruckfestigkeit von Brettsperrholz mit Beispielen für Erhöhungsfaktoren gegenüber BSH

Der Sperreffekt lässt eine Erhöhung der Querdruckfestigkeit von $f_{c,90,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$ für Brettschichtholz auf den 1,2-fachen Wert $f_{c,90,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$ für Brettsperrholz¹ zu.

Über den Faktor $k_{c,90}$ wird die reale Situation im Bauwerk erfasst. Der Spannungsnachweis lautet daher folgendermaßen:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_d}{A_{90}} \leq k_{c,90} \cdot f_{c,90,d} \quad (4.40)$$

mit

F_d Bemessungswert der Druckkraft

A_{90} Pressungsfläche für Stützen und ähnliche Bauteile die tatsächliche Aufstandsfläche und für Wände die Fläche einschließlich der äußersten stehenden Lagen, wie in Abschnitt 6.3 beschrieben.

$k_{c,90}$ Querdruckbeiwert zur Berücksichtigung der Art der Einwirkung, der Spaltgefahr und des Grades der Druckverformung

$f_{c,0,d}$ Bemessungswert der Querdruckfestigkeit

¹ ÖNORM B 1995-1-1:2015, Tabelle NA.K.3

In der wissenschaftlichen Aufbereitung der Querdruckthematik¹ finden sich Modelle zur Herleitung des Erhöhungsfaktors $k_{c,90}$ auf Basis der Baumechanik. Dies sowohl für stabförmige als auch für flächige Bauteile. Da zum Zeitpunkt des Erscheinens des vorliegenden Bandes noch rege Diskussionen über die anzuwendenden Modelle im Gange sind, werden bis zur detaillierten Klärung die Festlegungen aus ÖNORM B 1995-1-1:2015, Abschnitt K.6.1.5 übernommen.

Informativ werden in Abschnitt 9.2. Formeln zur Berechnung der elastischen Setzungen hergeleitet und in diesem Abschnitt zusammengefasst, um ihren Einfluss auf das gesamte Tragwerk abschätzen zu können. Hinsichtlich des Verformungsverhaltens weist Brettspertholz einen Elastizitätsmodul quer zur Faser von $E_{90,mean} = 450 \text{ N/mm}^2$ auf – den 1,50-fachen Wert von Brettschichtholz mit $E_{90,mean} = 300 \text{ N/mm}^2$.

Tabelle 4-2 Querdruckbeiwerte von $k_{c,90}$ für die Lasteinleitung in BSP-Decken

Wände		Stützen		
Innen (mittig)	Rand	Innen (mittig)	Rand	Ecke
1,80	1,50	1,80	1,50	1,30

Lokale Anfangsverformungen

Die Querdruckverformung von Decken bei punktförmigen oder linienförmigen Lasten können aus den Formeln 9.3 und 9.7 aus Abschnitt 9.2 mit den Abmessungen aus Abbildung 4.30 und Abbildung 4.31 an die jeweiligen Fälle angepasst werden. Die Verformungswerte sind als Richtwerte für die elastische Anfangsverformung zu verstehen und können als Entscheidungshilfe für die Ausführung konstruktiver Maßnahmen betrachtet werden. Als Beispiel für solche Maßnahmen sind außenliegende Lochbleche zur Zugkraftübertragung von einer oberen zu einer unteren Wand zu nennen.

Pischl, 2007 schlägt vor, Verschiebungen infolge unvermeidbarer Herstellungsungenauigkeiten über eine Schlupfverformung $w_{\text{schlupf}} = 1,0 \text{ mm}$ zu berücksichtigen. Versuche zeigen, dass die Endverformungen zufolge Querdruck stärker von der Holzfeuchtigkeit abhängen als bei anderen Beanspruchungen. Es ist daher mit höheren k_{def} -Werten zu rechnen als bei sonstigen Beanspruchungen. Als näherungsweise Annahme können bis zu einer detaillierteren Abklärung die Werte der jeweils höheren Nutzungsklasse herangezogen werden (z.B. $k_{\text{def}} = 1,0$ für NKL 1 und $k_{\text{def}} = 2,0$ für NKL 2).

¹ Van der Put, 2008

Lokale Anfangsverformungen bei Lastdurchleitung von Stützen

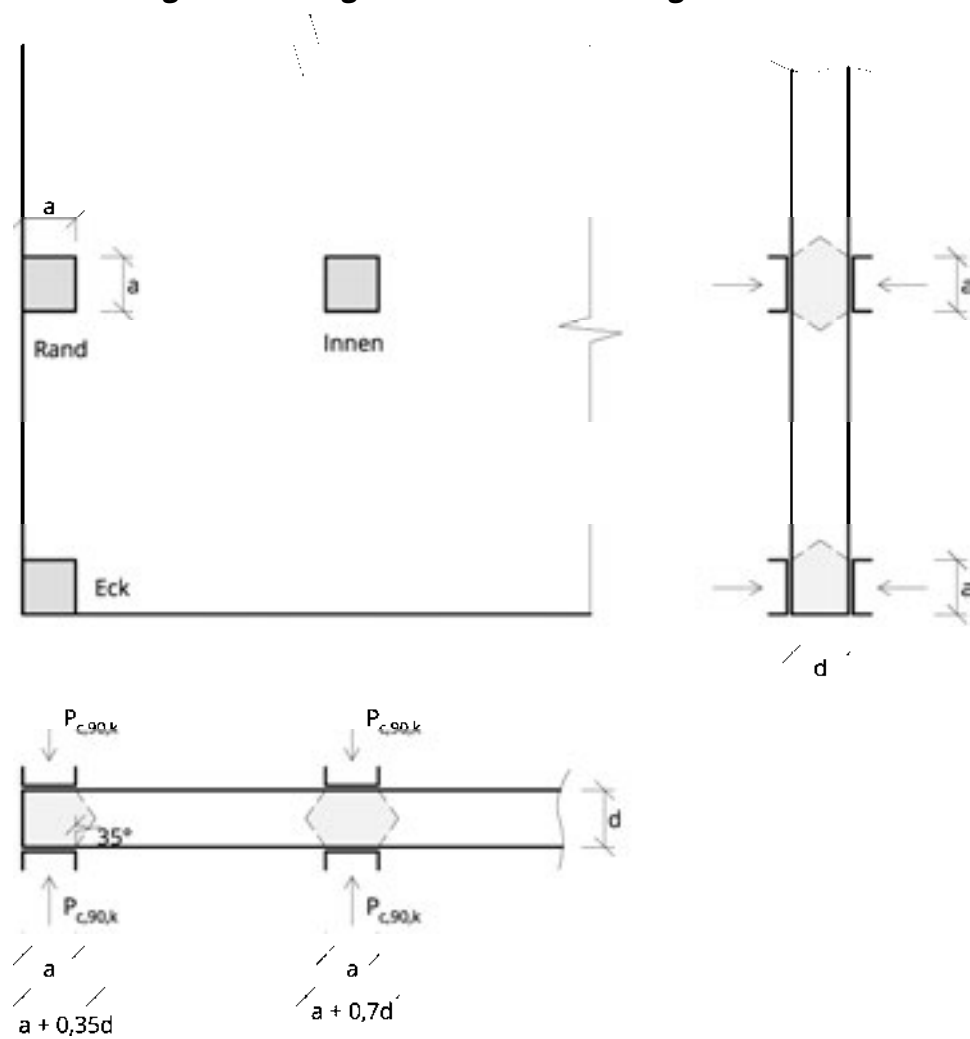


Abbildung 4.30 Angenommene Querdruckverteilung für Stützen

Verformung bei Punktlasten für Lastdurchleitungen von Stützen im Innenbereich (also mindestens im Abstand der Deckenstärke vom Rand entfernt).

Annahme gleichmäßiger Lastausbreitung in beide Richtungen.

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{P_{c,90,k} \cdot d}{E_{90,mean}} \cdot \frac{1}{a \cdot (a + 0,70 \cdot d)} \quad (4.41)$$

Verformung bei Punktlasten für Lastdurchleitungen von Stützen am Rand.

Annahme in die beiden Richtungen ungleichmäßiger Lastausbreitung.

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{P_{c,90,k} \cdot d}{E_{90,mean}} \cdot \frac{\ln\left(\frac{a + 0,70 \cdot d}{a + 0,35 \cdot d}\right)}{0,35 \cdot a \cdot d} \quad (4.42)$$

Verformung bei Punktlasten für Lastdurchleitungen von Stützen im Eck.

Annahme gleichmäßiger Lastausbreitung in beide Richtungen.

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{P_{c,90,k} \cdot d}{E_{90,mean}} \cdot \frac{1}{a \cdot (a + 0,35 \cdot d)} \quad (4.43)$$

mit

d Deckenstärke

a Querschnittsabmessung der quadratischen Stütze

$P_{c,90,k}$ charakteristischer Wert der durchzuleitenden Druckkraft

$E_{90,mean}$ Mittelwert des Elastizitätsmoduls quer zur Faser

Die Endverformung errechnet sich jeweils zu

$$w_{fin} = w_{inst} \cdot (1 + k_{def}) \quad (4.44)$$

Lokale Verformungen bei Lastdurchleitung von Wänden

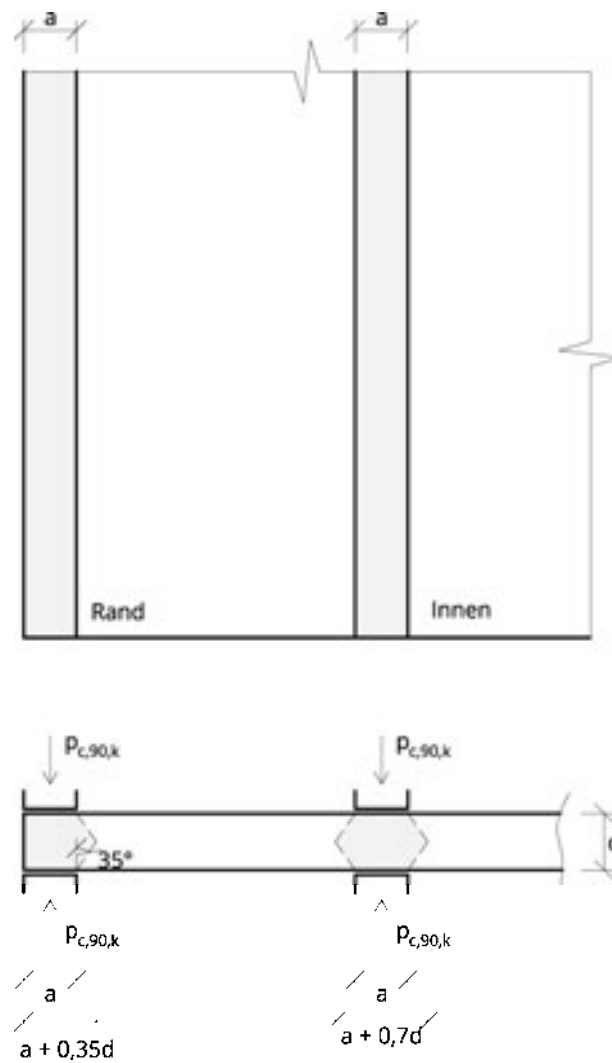


Abbildung 4.31 Angenommene Querdruckverteilung für Stützen

Verformung bei Lastdurchleitungen von Wänden im Innenbereich

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{p_{c,90,k} \cdot t}{E_{90,mean}} \cdot \frac{\ln\left(\frac{a + 0,70 \cdot d}{a}\right)}{0,70 \cdot d} \quad (4.45)$$

Verformung bei Lastdurchleitungen von Wänden im Randbereich

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{p_{c,90,k} \cdot t}{E_{90,mean}} \cdot \frac{\ln\left(\frac{a + 0,35 \cdot d}{a}\right)}{0,35 \cdot d} \quad (4.46)$$

mit

d Deckenstärke

a Dicke der Wand

$q_{c,90,k}$ charakteristischer Wert der Druckkraft pro Laufmeter Wand

$E_{90,mean}$ Mittelwert des Elastizitätsmoduls quer zur Faser

Die Endverformung errechnet sich jeweils zu

$$w_{fin} = w_{inst} \cdot (1 + k_{def}) \quad (4.47)$$

Beispiel 4.7 Lastdurchleitungen von Stützen

Gegeben:

Decke BSP 150 L5s (30l-30w-30l-30w-30l)

Gesucht:

Nachweis der Querdruckspannungen für die Kraftdurchleitung von Stützen mit Querschnitt 14/14 cm und dem charakteristischen Wert der Normalkraft in der unteren Stütze $N_k = 35 \text{ kN}$ bzw. Bemessungswert von $N_d = 49 \text{ kN}$ mit $k_{mod} = 0,9$.

Abschätzung der Verformung.

Vereinfacht wird angenommen, dass an der Oberseite der Decke die gleiche Kraft N wie an der Unterseite wirkt. Naturgemäß ist die von oben wirkende Kraft um einen Anteil aus Lasten, die von der Decke an die untere Stütze geleitet werden, geringer. In guter Annäherung kann für die Verformungsberechnung auch für die obere Last die Größe der unteren Kraft angesetzt werden. Mit dieser Annahme ist keine Trennung zwischen Anteilen aus Lastdurchleitung von Stütze zu Stütze und Lasteinleitung von Decke zu Stütze erforderlich.

Lastdurchleitung von Stütze zu Stütze

Für die Lasteinleitungsfläche der Stützen gilt

$$a = 14 \text{ cm}$$

$$A = a^2 = 14^2 = 196 \text{ cm}^2$$

Die Druckfestigkeit beträgt

$$f_{c,0,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3}{1,25} = 2,16 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_d}{A_{90}} \leq k_{c,90} \cdot f_{c,0,d}$$

Für **Stützen im Innenbereich** gilt $k_{c,90} = 1,80$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{49}{196} \cdot 10 \leq 1,80 \cdot 2,16$$

$$2,5 \text{ N/mm}^2 \leq 3,89 \text{ N/mm}^2$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 64 \%$)

Für **Stützen am Rand** gilt $k_{c,90} = 1,50$

$$\sigma_{c,90,d} = 2,5 \text{ N/mm}^2 \leq 1,50 \cdot 2,16$$

$$2,5 \text{ N/mm}^2 \leq 3,24 \text{ N/mm}^2$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 77 \%$)

Für **Stützen im Eck** gilt $k_{c,90} = 1,30$

$$\sigma_{c,90,d} = 2,5 \text{ N/mm}^2 \leq 1,30 \cdot 2,16$$

$$2,5 \text{ N/mm}^2 \leq 2,81 \text{ N/mm}^2$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 89 \%$)

Zu erwartende Anfangsverformungen

$$E_{90,mean} = 450 \text{ N/mm}^2$$

Stützen im Innenbereich

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{P_{c,90,k} \cdot d}{E_{90,mean}} \cdot \frac{1}{a \cdot (a + 0,70 \cdot d)}$$

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{35 \cdot 1000 \cdot 150}{450} \cdot \frac{1}{140 \cdot (140 + 0,70 \cdot 150)}$$

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + 0,34 \text{ mm} = 1,34 \text{ mm}$$

Dies entspricht einer elastischen Stauchung von

$$\varepsilon_{el} = \frac{1,34}{150} = 0,89 \%$$

Stützen am Rand

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{P_{c,90,k} \cdot d}{E_{90,mean}} \cdot \frac{\ln\left(\frac{a + 0,70 \cdot d}{a + 0,35 \cdot d}\right)}{0,35 \cdot a \cdot d}$$

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{35 \cdot 1000 \cdot 150}{450} \cdot \frac{\ln\left(\frac{140 + 0,70 \cdot 150}{140 + 0,35 \cdot 150}\right)}{0,35 \cdot 140 \cdot 150}$$

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{35 \cdot 1000 \cdot 150}{450} \cdot \frac{0,241}{0,35 \cdot 140 \cdot 150}$$

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + 0,38 \text{ mm} = 1,38 \text{ mm}$$

Dies entspricht einer Stauchung von

$$\varepsilon_{el} = \frac{1,38}{150} = 0,92 \%$$

Stützen im Eck

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{P_{c,90,k} \cdot d}{E_{90,mean}} \cdot \frac{1}{a \cdot (a + 0,35 \cdot d)}$$

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + \frac{35 \cdot 1000 \cdot 150}{450} \cdot \frac{1}{140 \cdot (140 + 0,35 \cdot 150)}$$

$$w_{inst} = w_{schlupf} + w_{el} = 1 \text{ mm} + 0,43 \text{ mm} = 1,43 \text{ mm}$$

Dies entspricht einer Stauchung von

$$\varepsilon_{el} = \frac{1,43}{150} = 0,95 \%$$

5 Rippenplatten

Durch Rippenplatten ist eine Erhöhung der Steifigkeit von Dächern und Decken bei geringerem Materialverbrauch und folglich eine Erhöhung der Spannweiten möglich. Die BSP-Platten werden mit den Außenlagen parallel zur Spannrichtung angeordnet. Die Rippen bestehen in der Regel aus Brettschichtholz und werden werkseitig unter kontrollierten Bedingungen in Pressen oder durch Schraubpressverklebung starr mit der BSP-Platte verbunden. Dadurch bildet in statischer Hinsicht jede der Rippen mit dem ihr zugehörigen wirksamen Teil der BSP-Platte einen T-Querschnitt. Bei der Regelanwendung mit Rippen an der Unterseite der BSP-Platte werden Druckspannungen in der Platte wirksam, während die Rippen vorwiegend auf Zug beansprucht werden und daher zielführend aus kombiniert aufgebaute Brettschichtholz bestehen.

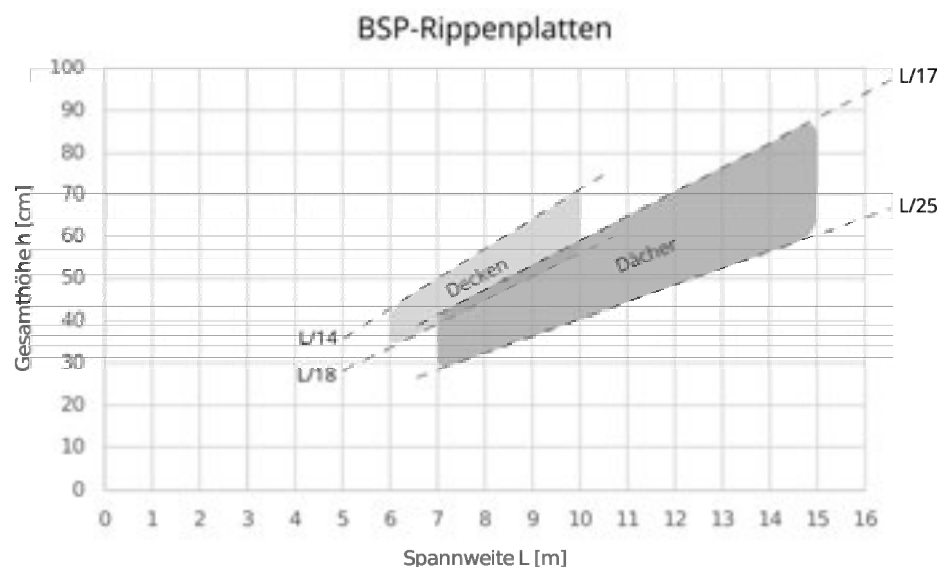
Zwischen den Rippen können Installationen geführt oder Akustikpaneele angeordnet werden. Die Lagerung der Decken erfolgt entweder durch direktes Auflegen der Rippen auf einen Querträger oder auf eine in Form des Rippenquerschnitts ausgeschnittene Wand, durch Lagerung auf Endquerbalken oder durch Lagerung der ausreichend dimensionierten Deckplatte mit ausgeklinkten Rippen. Werden die Rippen ausgeklinkt, ist das Ablösen der Rippen von der Platte zwingend durch Anordnung vertikal angeordneter Schrauben möglichst nahe am Rippenende zu vermeiden. Die Schrauben sind näherungsweise für die Endauflagerkraft zu dimensionieren.

Das Versagen der Druckzone aus Brettsperrholz ist in der Regel nicht maßgebend, da die Platten ausreichend gedungen sind.

Die angeführten Annahmen gelten sinngemäß für Kastenelemente mit oberen und unteren Elementen. In den Hohlräumen von Kastendecken sind die Brandweiterleitung zu verhindern und ein ungewollter Wasseranfall durch Notentwässerungen zu vermeiden. Die Nachteile von nicht, oder nur mit erhöhtem Aufwand zu inspizierenden Hohlräumen sollten bedacht werden und beispielsweise Inspektionsöffnungen angeordnet werden.

5.1 Vorbemessung

Hinsichtlich der wirtschaftlichen Spannweiten ist zwischen Dächern und Decken zu unterscheiden, da auf Decken in der Regel höhere Lasten einwirken und zusätzlich zu den Durchbiegungs- auch Schwingungsanforderungen zu erfüllen sind.



5.1.1 Empfehlungen für Dächer

Der Elementstoß von Rippenplatten wird für Dächer häufig zwischen den Rippen ausgeführt, wie in Abbildung 5.1 gezeigt.

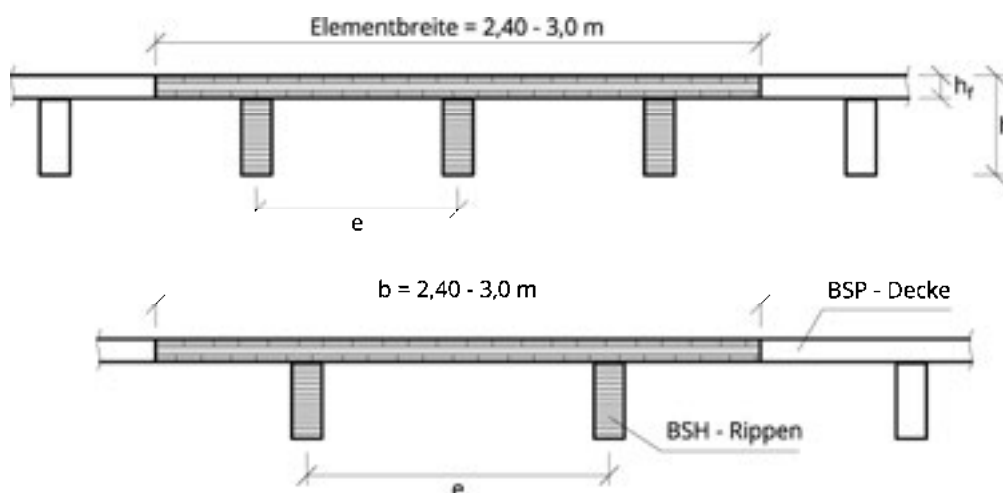


Abbildung 5.1 Rippenplatten mit engem und weitem Rippenabstand für Dächer mit Stoß der BSP-Elemente

Wirtschaftliche und konstruktiv sinnvolle Bereiche für Rippenplatten als Dachelemente sind:

Wirtschaftliche Stützweiten: $L = 7,0$ bis $15,0$ m

Gesamthöhe: $h = \frac{L}{25}$ bis $\frac{L}{17}$

Achsabstand der Rippen: $e = 60$ bis 120 cm

Plattenstärke:

$$h_f = \max \begin{cases} \frac{e}{10} \text{ bis } \frac{e}{5} \\ \frac{h}{4} \text{ bis } \frac{h}{3} \\ \geq 9 \text{ cm} \end{cases}$$

Die Fugenausbildung wird von Wirtschaftlichkeitsüberlegungen hinsichtlich der Montage und konstruktiven Anforderungen bestimmt. Bei Rippenplatten für Dächer kann können Stöße wie bei Platten ohne Rippen erfolgen und abhängig von den statisch-konstruktiven Anforderungen nach einer der Varianten in Abbildung 5.2 ausgeführt werden.



Abbildung 5.2 Konstruktionsvorschläge für den Stoß der BSP-Elemente

5.1.2 Empfehlungen für Decken

Rippenplatten für Decken werden häufig mit geteilten Rippen ausgeführt, wie in Abbildung 5.3 dargestellt.

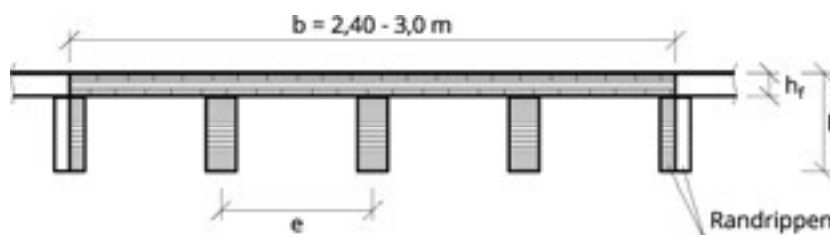


Abbildung 5.3 Rippenplatten für Decken mit Stoß der Randrippen

Wirtschaftliche und konstruktiv sinnvolle Bereiche für Rippenplatten als Decken sind:

Wirtschaftliche Stützweiten: $L = 6,0 \text{ bis } 9,0 \text{ m}$

Gesamthöhe: $h = \frac{L}{18} \text{ bis } \frac{L}{14}$

Achsabstand der Rippen: $e = 60 \text{ bis } 80 \text{ cm}$

Plattenstärke:
$$h_f = \max \begin{cases} \frac{e}{10} \text{ bis } \frac{e}{5} \\ \frac{h}{4} \text{ bis } \frac{h}{3} \\ \geq 9 \text{ cm} \end{cases}$$

In Abbildung 5.4 sind mögliche Ausführungen für Decken dargestellt. Für die Anschlussfugen zwischen den Randrippen ist eine Ausführung zu empfehlen, die ein allfälliges Schüsseln der Deckplatten in der Bauphase ohne Zwängungen erlaubt.

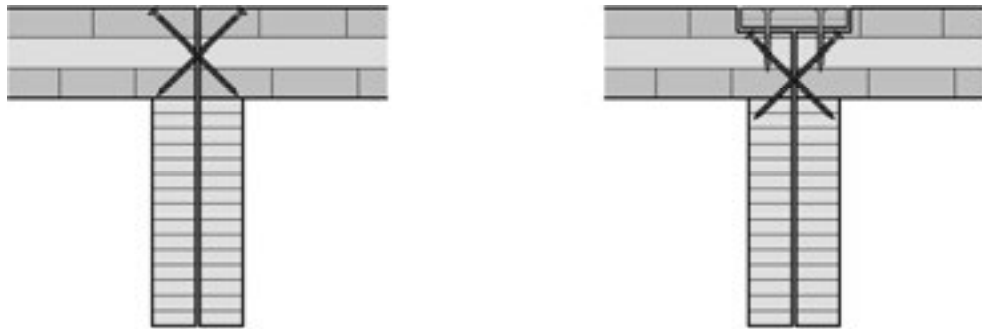


Abbildung 5.4 Konstruktionsvorschläge für die Ausbildung des Stoßes
a) zur Übertragung von Fugenquerkräften
b) zur Übertragung von Fugenzug- und Fugenquerkräften

5.2 Mitwirkende Breiten

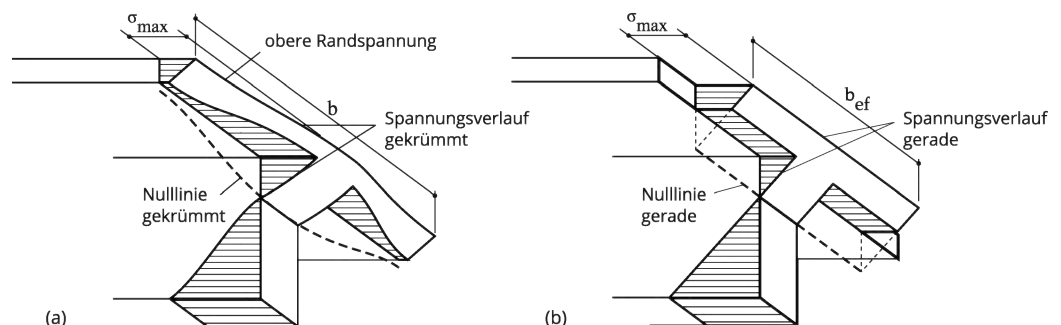


Abbildung 5.5 Mitwirkende Breite mit (a) der tatsächlichen Spannungsverteilung und (b) der linearen Spannungsverteilung und mitwirkender Breite

Abbildung 5.5 zeigt die nichtlineare Verteilung der Biegespannungen in einer Platte mit Rippe in Anlehnung an Leonhardt, 1973. Um das Problem auf die Balkentheorie mit der Annahme einer linearen Spannungsverteilung zurückzuführen, wird die mitwirkende Breite b_{ef} der Platte so festgelegt, dass die maximale Randspannung in der Platte σ_{max} gleich groß ist wie im nichtlinearen Fall.

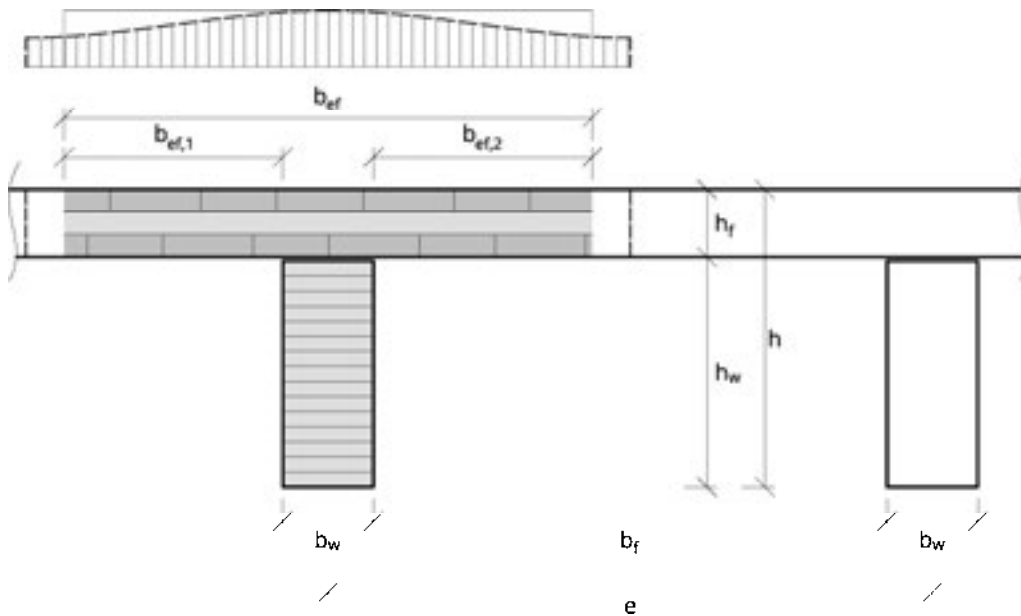


Abbildung 5.6 Verteilung der Druckspannungen in der Druckplatte und mitwirkende Breite

Die mitwirkende Breite wird allgemein als Summe der Rippenbreite und den Plattenanteilen links und rechts der Rippe berechnet.

$$b_{ef} = \sum b_{ef,i} + b_w \quad (5.1)$$

5.2.1 Biegung

Gleichlasten:

Die mitwirkenden Plattenanteile links und rechts der betrachteten Rippe können für den Nachweis der Biegespannungen im Feld und den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit von Einfeldträgern und Durchlaufträgern unter vorwiegend gleichförmiger Belastung nach Formel 5.2 ermittelt werden. Die Formel wurde in Anlehnung an den Betonbau von der Spannweite und dem lichten Rippenabstand abhängig gemacht. Zur Erfassung der Orthotropie geht weiters das Verhältnis aus Dehnsteifigkeit und Scheibenschubsteifigkeit ein. Die Hochzahlen ergeben sich aus der Anpassung über baupraktisch relevante Varianten von Rippendecken. Die Hintergründe sind in Augustin et al., 3/2017 zusammengefasst.

$$b_{ef,i} = b_f \cdot \left\{ 0,5 - 0,35 \cdot \left(\frac{b_f}{\ell} \right)^{0,90} \cdot \left(\frac{EA_0}{S_{xy}^*} \right)^{0,45} \right\} \quad (5.2)$$

Abhängig von den Verhältnissen der Geometrie und der Steifigkeit ergibt sich für die mitwirkende Breite bei Wirkung von Gleichlasten ein Schwankungsbereich von

$$b_{\text{ef},i} = b_f \cdot \{0,11 \text{ bis } 0,45\} \quad (5.3)$$

Einzellasten:

Für die mitwirkende Plattenanteile links und rechts der betrachteten Rippe für den Nachweis der Biegespannungen im Feld und Nachweis der Gebrauchstauglichkeit von Einfeldträgern und Durchlaufträgern und Nachweis der Biegespannung im Auflagerbereich von Durchlaufträgern unter Einzellasten gilt:

$$b_{\text{ef},i} = \begin{cases} h_f \geq \frac{h_w}{2}: & b_f \cdot \left\{ 0,5 - 0,40 \cdot \left(\frac{b_f}{\ell} \right)^{0,15} \cdot \left(\frac{EA_0}{S_{xy}^*} \right)^{0,10} \right\} \\ h_f < \frac{h_w}{2}: & b_f \cdot \left\{ 0,5 - 0,275 \cdot \left(\frac{b_f}{\ell} \right)^{0,30} \cdot \left(\frac{EA_0}{S_{xy}^*} \right)^{0,30} \right\} \end{cases} \quad (5.4)$$

mit

EA_0 Dehnsteifigkeit des BSP-Elements in Längsrichtung

S_{xy}^* Scheibenschubsteifigkeit des BSP-Elements laut

ÖNORM B 1995-1-1:2015, Formel (NA.K.1) bzw. in Formel (7.3)

ℓ Spannweite des Einfeldträgers bzw. Referenzlänge zwischen den Momentennulldurchgängen.

Für Nachweise im Feld von Durchlaufträgern $\ell = 0,8 \cdot \ell_{\text{feld}}$,

für Nachweise über Mittelauflagern $\ell = 0,4 \cdot \ell_{\text{feld}}$,

für Kragarme $\ell = 2 \cdot \ell_{\text{krag}}$.

b_f Lichter Abstand zwischen den Rippen

h_w Höhe der Rippe

h_f Höhe des BSP-Elements

5.2.2 Schub

Im Auflagerbereich treten wegen des lokalen Effekts aus dem Lasteinleitungsproblem in der BSP-Platte lokal höhere Schubspannungen auf, als sich nach der technischen Biegelehre ergeben. Für die Ermittlung der maximalen Rollschubspannung wird daher eine geringe mitwirkende Breite für die Platte angesetzt.

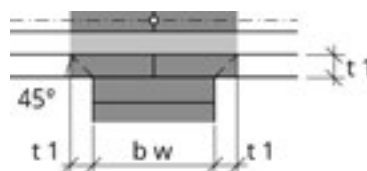


Abbildung 5.7 mitwirkende Breite für den Schubnachweis über Auflagern

Für die mitwirkende Breite wird, wie in Abbildung 5.7 dargestellt, die Rippenbreite zuzüglich der Dicke der Decklage der BSP-Platte angenommen, der Verteilungswinkel

für die unterste Lage beträgt näherungsweise 45°. Diese Annahme wurde mittels FE-Simulationen verifiziert und führt gegenüber genaueren Modellen zu akzeptablen Abweichungen auf der sicheren Seite.

$$b_{ef} = 2 t_1 + b_w \quad (5.5)$$

5.3 Modellbildung

Die Berechnung der Rippenplatten wird in der Regel als Träger mit T-Querschnitt, bestehend aus einer Rippe und der Platte in der mitwirkenden Plattenbreite, durchgeführt. Als Rechenmodelle sind die beiden im Folgenden beschriebenen Methoden zielführend. Alternative Verfahren, wie FEM-Modelle oder das Schubanalogieverfahren sind ebenfalls anwendbar.

5.3.1 Rippenquerschnitt als schubweicher Stab

Die Modellierung als schubweicher Stab ist für Rippenquerschnitte mit starrer, also verklebter Fuge geeignet. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) werden die Querschnittswerte für den starren Verbund verwendet. Die Spannungsnachweise werden mit den Netto-Querschnittswerten geführt. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) ist der Anteil der Schubverformung über die Schubsteifigkeit und dem Schubkorrekturfaktor zu berücksichtigen.

Der Schubkorrekturfaktor für Rippendecken kann allgemein mit dem in Anhang A.2 von Band 1 beschriebenen Verfahren berechnet werden. Als gute Abschätzung kann die aus umfassenden Vergleichsrechnungen folgende Formel für den Schubkorrekturfaktor angewandt werden:

$$\kappa = \frac{1}{1,2} - 0,25 \cdot \frac{\left(\frac{b_{ef}}{b_w}\right)^{0,70}}{k_{rib}^{0,5}} \quad (5.6)$$

mit

b_{ef} Mitwirkende Breite

b_w Breite der Rippe

k_{rib} Verhältnisfaktor

$$k_{rib} = \frac{h_w}{h_f}$$

5.3.2 Rippenquerschnitt als nachgiebig verbundener Stab

Die Modellierung als nachgiebig verbundene Querschnittsteile kann für starre, also geklebte Fugen und für nachgiebig ausgebildete Fugen mit mechanischen Verbindungsmitteln genutzt werden.

Die Berechnung erfolgt mit dem allgemeinen Gamma-Verfahren nach Schelling, wie in Anhang A.1 von Band 1 beschrieben.

Sowohl die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit (GZT) als auch die Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit (GZG) erfolgen mit den effektiven Querschnittswerten. Bei Ausführung mit mechanischen Verbindungsmitteln

hat deren Anordnung entsprechend EN 1995-1-1:2015, Anhang B für nachgiebig verbundene Biegestäbe zu erfolgen.

5.4 Schraubenpressklebung

Im Fall von Pressklebungen wirkt sich die zweiachsigste Plattensteifigkeit von Brettsperrholz günstig auf die Verteilung der Schraubenkräfte vom Schraubenkopf in die Fläche der Pressfuge aus. Schraubpressverklebungen können in Anlehnung an ÖNORM B 1995-1-1:2015, Anhang H durchgeführt werden. Abweichend zur Normvorgabe können Platten mit größerer Dicke eingesetzt werden, da die Verteilung der Pressungen mit zunehmender Dicke bzw. Steifigkeit günstiger wird, wenn parallele und ebene Kontaktflächen vorausgesetzt werden können.

[AT] Pressklebung laut
ÖNORM B 1995-1-1:2015
Anhang H

Bei zulässigen Klebefugendicken von höchstens 0,3 mm ist die Verwendung eines Klebstoffs nach ÖNORM EN 15425, ÖNORM EN 301 oder ÖNORM EN 302, Typ I möglich.

Die zu verklebenden Flächen müssen geschliffen oder gehobelt und frei von Staub und anderen Verschmutzungen sein. Die Anforderungen des Klebstoffherstellers sind zu berücksichtigen. Die Feuchtedifferenz der zu verklebenden Teile darf maximal 5 % betragen und die Holzfeuchte der zu verklebenden Teile ist auf den verwendeten Klebstoff abzustimmen. Die Schraubpressverklebung ist durch qualifiziertes Personal durchzuführen und bedarf, wie alle Verklebungen, besonderer Sorgfalt und Dokumentation.

Die Verschraubung sollte mit Teilgewindeschrauben TGS mit Mindestdurchmesser $d = 6 \text{ mm}$ und einer Einbindetiefe der Schraubenspitze von mindestens $7d$ bzw. mindestens der Dicke des aufzuklebenden Teils erfolgen. Als Schrauben sind Tellerkopfschrauben oder Schrauben mit entsprechenden Unterlagscheiben zu verwenden. Der Kopfdurchmesser sollte in folgendem Verhältnis zum Gewindeaußendurchmesser stehen: $d_{\text{head}} \geq 2,4 \cdot d$.

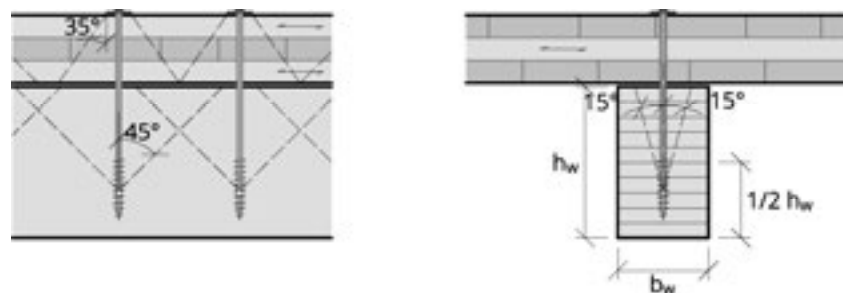


Abbildung 5.8 Schraubenpressklebung

Die Länge der Schrauben ist unter Berücksichtigung der Kraftausbreitungswinkel vom Schraubenkopf bzw. von der Mitte des Gewindes aus festzulegen. Als Ausbreitungswinkel der Schraubenzugkräfte von Kopf und Gewindeschwerpunkt in die Klebefuge kann für BSP ein Winkel von 35° angenommen werden. In Brett-schichtholz wird 45° in Faserrichtung und 15° quer zur Faser angenommen, wie in Abbildung 5.8 dargestellt.

Laufende Untersuchungen zeigen, dass die Lastverteilung der verhältnismäßig Steifen BSP-Platten günstig ist. Bis zum Vorliegen gesicherter Forschungsergebnisse ist laut Norm mindestens eine Schraube je 150 cm^2 Klebefläche im Abstand von maximal 15 cm zur nächsten Schraube anzuordnen. Der Randabstand der Schrauben zum unbelasteten Ende ist nach Norm mit $a \leq 10 \cdot d$ zu begrenzen.

Bauteiltoleranzen können dazu führen, dass die zu verklebenden Bauteiloberflächen nicht in einer Ebene liegen, wie in Abbildung 5.9 angedeutet. Vergleichsrechnungen ergaben, dass die normativ tolerierten Bauteilkrümmungen der Fügeiteile (siehe z.B. EN 14081) mit üblichen Abmessungen durch Teilgewindeschrauben (TGS $d=8\text{mm}$) nach obiger Vorgabe kompensiert werden können.

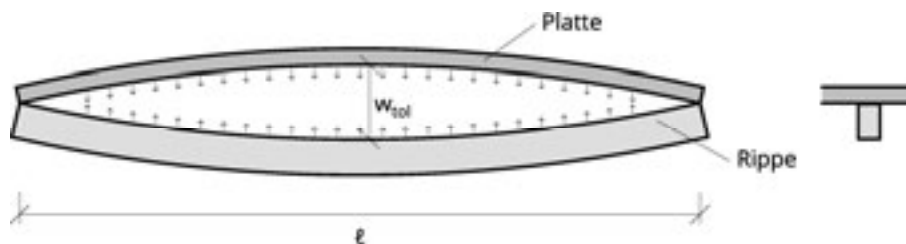


Abbildung 5.9 Kompensation von Toleranzen durch die Schrauben

5.5 Lokale Lasten

Quer zur Spannrichtung der Rippendecken hat die BSP-Platte unter anderem die Aufgabe, konzentrierte Nutzlasten auf die Rippen zu verteilen. Das statische System ist ein Plattenstreifen mit orthotropen Eigenschaften. Bei Einhaltung der Rippenabstände nach Abschnitt 5.1 sind in der Regel sowohl die Tragfähigkeit, als auch ausreichende Steifigkeit der Platte für diese konzentrierten Lasten gegeben.

Genauere Berechnungen solcher Plattenstreifen unter konzentrierten Lasten können nach Abschnitt 4.5 erfolgen.

Beispiel 5.1 Rippenplatte

Der Plattenbalken des nachfolgend dargestellten Berechnungsbeispiels besteht aus einem BSH-Träger mit den Abmessungen 160 x 320 mm und einer 5-schichtigen BSP-Platte mit konstanter Schichtdicke von 30 mm ($t_{CLT} = 150$ mm; 30-30-30-30-30 mm). Der Achsabstand der BSH-Rippen beträgt $s = 0,660$ m. Das statische System ist ein Einfeldträger mit der Länge $L = 8,10$ m. Als Baustoff werden für den BSH-Träger GL32c nach EN 14080:2013 und für die BSP-Platte die Baustoffkennwerte laut Abschnitt 3.1 verwendet. Der Plattenbalken wird durch das Eigengewicht $g_{1,k}$, die ständigen Last $g_{2,k} = 4,58$ kN/m² und eine Nutzlast der Kategorie C mit $q_k = 5,00$ kN/m² belastet.

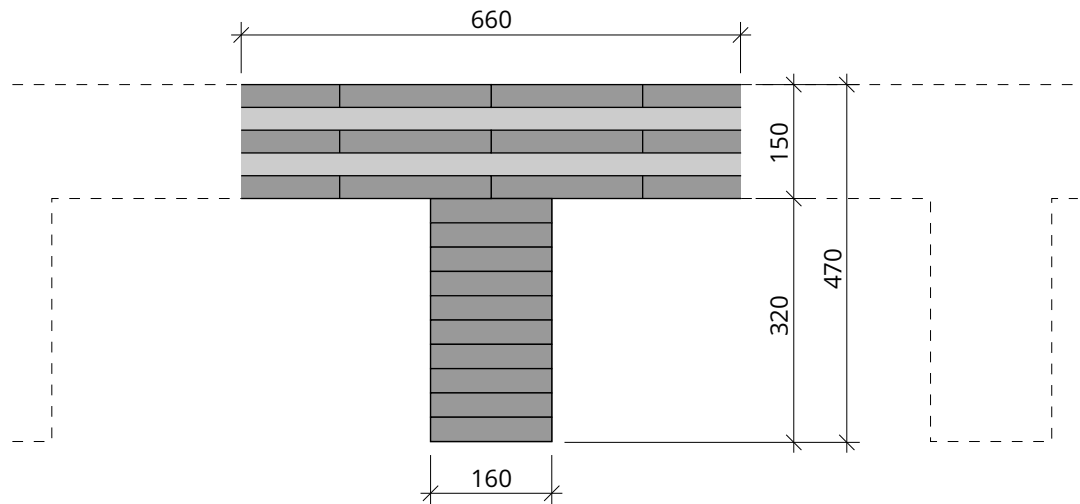


Abbildung 5.10 Querschnitt der Rippenplatte (Abmessungen in mm)

Plattenkennwerte

Materialparameter für die BSP-Platte:

$$E_{0,lay,mean} = 11.550 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{90,lay,mean} = 0$$

$$G_{0,lay,mean} = 690 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{r,lay,mean} = 65 \text{ N/mm}^2$$

Dehnsteifigkeit in Längsrichtung:

$$D_x = 3 \cdot 0,03 \cdot 11.550 \cdot 10^3 = 1,04 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

Dehnsteifigkeit in Querrichtung:

$$D_y = 2 \cdot 0,03 \cdot 11.550 \cdot 10^3 = 6,93 \cdot 10^5 \text{ kN/m}$$

Scheibenschubsteifigkeit nach ON B 1995-1-1:2015-06:

$$S_{xy}^* = \frac{690 \cdot 10^3 \cdot 0,15}{1 + 6 \cdot 0,43 \cdot \left(\frac{0,03}{0,15}\right)^{1,21}} = 7,57 \cdot 10^4 \text{ kN/m}$$

Mitwirkende Breite

Verhältnis der Spannweite zum Rippenabstand:

$$\frac{L}{s} = \frac{8,10}{0,660} = 12,3$$

Verhältnis der Spannweite zur Gesamthöhe:

$$\frac{L}{h} = \frac{8,10}{0,470} = 17,2$$

Lichter Rippenabstand:

$$b_f = 0,660 - 0,160 = 0,500 \text{ m}$$

Verhältnis Rippenhöhe zu Plattendicke:

$$\frac{h_w}{h_f} = \frac{0,32}{0,15} = 2,13$$

für die Gleichlast bzw. den Feldbereich:

$$b_{ef,F} = 0,160 + 2 \cdot 0,25 \cdot \left\{ 1,0 - 0,70 \cdot \left(\frac{0,500}{8,10} \right)^{0,90} \cdot \left(\frac{1,04 \cdot 10^6}{7,57 \cdot 10^4} \right)^{0,45} \right\} = 0,567 \text{ m}$$

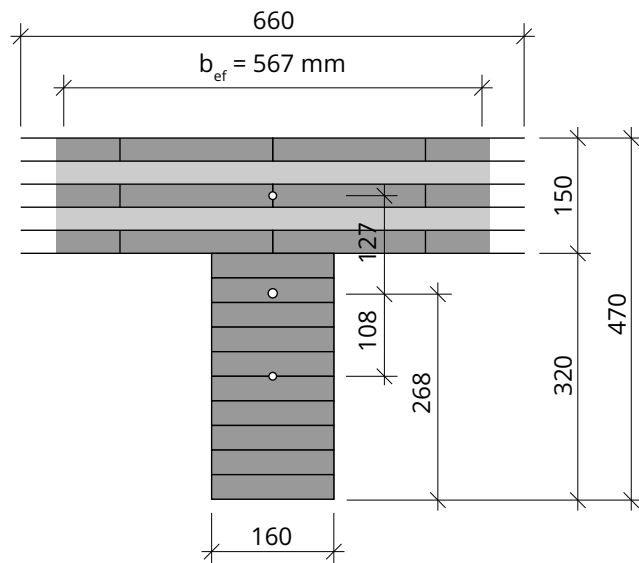
für die Einzellast bzw. den Auflagerbereich:

$$b_{ef,S,2} = 0,160 + 2 \cdot 0,25 \cdot \left\{ 1,0 - 0,80 \cdot \left(\frac{0,500}{8,10} \right)^{0,15} \cdot \left(\frac{1,04 \cdot 10^6}{7,57 \cdot 10^4} \right)^{0,10} \right\} = 0,318 \text{ m}$$

$$b_{ef,S,3-5} = 0,160 + 2 \cdot 0,25 \cdot \left\{ 1,0 - 0,55 \cdot \left(\frac{0,500}{8,10} \right)^{0,30} \cdot \left(\frac{1,04 \cdot 10^6}{7,57 \cdot 10^4} \right)^{0,30} \right\} = 0,398 \text{ m}$$

Lineare Interpolation für $\frac{h_w}{h_f}$ zwischen 2 und 3:

$$b_{ef,S} = 0,318 + \frac{0,398 - 0,318}{3,00 - 2,00} \cdot (2,13 - 2,00) = 0,328 \text{ m}$$

Querschnittswerte im Feldbereich**Abbildung 5.11 Querschnitt einer Rippe im Feldbereich (Abmessungen in mm)**

Berechnung der Schwerpunktslage:

$$z_s = \frac{160 \cdot 320 \cdot 160 \cdot 13.500 + 567 \cdot 3 \cdot 30 \cdot (320 + 75) \cdot 11.550}{160 \cdot 320 \cdot 13.500 + 567 \cdot 3 \cdot 30 \cdot 11.550} = 268 \text{ mm}$$

$$e = \frac{320}{2} + \frac{150}{2} = 235 \text{ mm}$$

$$e_w = 268 - \frac{320}{2} = 108 \text{ mm}$$

$$e_f = 320 + \frac{150}{2} - 268 = 127 \text{ mm}$$

Biegesteifigkeit:

$$\begin{aligned} (EI)_{ef} &= 13.500 \cdot \left[\frac{160 \cdot 320^3}{12} + 160 \cdot 320 \cdot 108^2 \right] + \\ &+ 11.550 \cdot \left[\frac{3 \cdot 567 \cdot 30^3}{12} + 567 \cdot 30 \cdot \left(150 - \frac{30}{2} + 320 - 268 \right)^2 + \right. \\ &+ \left. 567 \cdot 30 \cdot \left(150 - \frac{30}{2} - 60 + 320 - 268 \right)^2 + 567 \cdot 30 \cdot \left(\frac{30}{2} + 320 - 268 \right)^2 \right] = \\ &= 13.500 \cdot 1,03 \cdot 10^9 + 11.550 \cdot 9,49 \cdot 10^8 = 2,49 \cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2 \end{aligned}$$

Schubkorrekturfaktor (Näherungsformel):

$$\kappa = \frac{1}{1,2} - 0,25 \cdot \frac{\left(\frac{567}{160} \right)^{0,7}}{2,13^{0,5}} = 0,418$$

Schubsteifigkeit:

$$(GA)_{\text{ef}} = 0,418 \cdot (3 \cdot 690 \cdot 567 \cdot 30 + 2 \cdot 65 \cdot 567 \cdot 30 + 650 \cdot 160 \cdot 320) = 2,96 \cdot 10^7 \text{ N} \\ = 2,958 \cdot 10^4 \text{ kN}$$

Querschnittswerte im Auflagerbereich

Beim Übergang von der BSH-Rippe zum BSP-Element handelt es sich um ein lokales Lasteinleitungsproblem. Es treten hier in der BSP-Platte lokal höhere Schubspannungen auf, als sich nach der Technischen Biegelehre ergeben würden. Es wird daher vorgeschlagen, für die Ermittlung der maximalen Rollschubspannung eine wirksame Breite in der Größe der BSH-Trägerbreite zuzüglich einer Verteilbreite der untersten, parallel zur BSH-Achse orientierten Decklage der BSP-Platte heranzuziehen. Der Verteilungswinkel wird dabei mit 45° angenommen. Die vorgeschlagene Berechnungsweise wurde mit Hilfe einer FE-Berechnung verifiziert und führte zu akzeptablen Abweichungen.

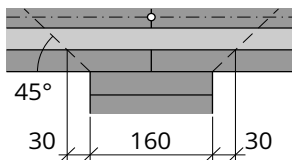


Abbildung 5.12 Wirksame Breite für die Ermittlung der Schub bzw. Rollschubspannungen (Abmessungen in mm)

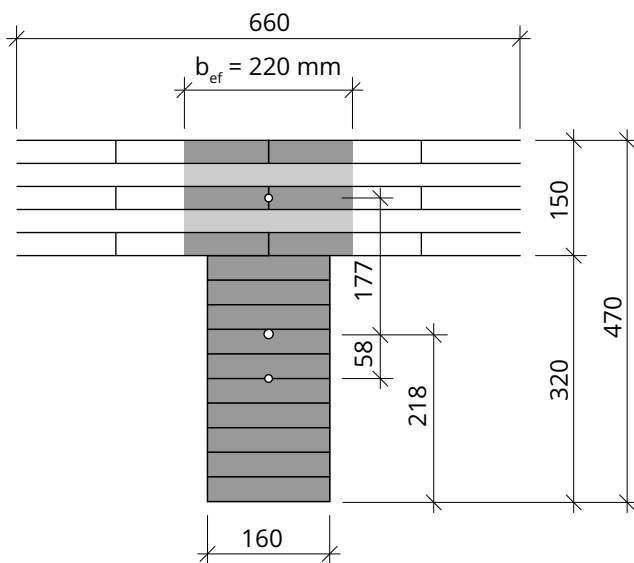


Abbildung 5.13 Querschnitt einer Rippe im Auflagerbereich

Berechnung der Schwerpunktslage:

$$z_s = \frac{160 \cdot 320 \cdot 160 \cdot 13.500 + 220 \cdot 3 \cdot 30 \cdot (320 + 75) \cdot 11.550}{160 \cdot 320 \cdot 13.500 + 220 \cdot 3 \cdot 30 \cdot 11.550} = 218 \text{ mm}$$

$$e = \frac{320}{2} + \frac{150}{2} = 235 \text{ mm}$$

$$e_w = 218 - \frac{320}{2} = 58 \text{ mm}$$

$$e_f = 320 + \frac{150}{2} - 218 = 177 \text{ mm}$$

Biegesteifigkeit:

$$\begin{aligned} (EI)_{ef} &= 13.500 \cdot \left[\frac{160 \cdot 320^3}{12} + 160 \cdot 320 \cdot 58^2 \right] + \\ &+ 11.550 \cdot \left[\frac{3 \cdot 220 \cdot 30^3}{12} + 220 \cdot 30 \cdot \left(150 - \frac{30}{2} + 320 - 218 \right)^2 + \right. \\ &+ 220 \cdot 30 \cdot \left(150 - \frac{30}{2} - 60 + 320 - 218 \right)^2 + 220 \cdot 30 \cdot \left(\frac{30}{2} + 320 - 218 \right)^2 \left. \right] = \\ &= 13.500 \cdot 6,09 \cdot 10^8 + 11.550 \cdot 6,69 \cdot 10^8 = 1,59 \cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2 \end{aligned}$$

Einwirkung

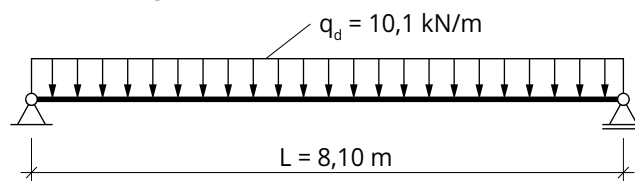


Abbildung 5.14 System und Einwirkungen

Das Eigengewicht des Trägers beträgt $g_{1,k} = (0,660 \cdot 0,150 + 0,160 \cdot 0,320) \cdot 5,50 = 0,826 \text{ kN/m}$. Der charakteristische Wert der ständigen Einwirkung ergibt sich zu $g_{2,k} = 4,58 \text{ kN/m}^2$ (Aufbau). Diese und die Nutzlast $q_k = 5,00 \text{ kN/m}^2$ wirken über die gesamte Breite s . Es ergibt sich damit als Streckenlast des Trägers $g_{2,k} \cdot s = 3,02 \text{ kN/m}$ und $q_k \cdot s = 3,30 \text{ kN/m}$.

Die Belastung des Trägers beträgt somit $q_d = 1,35 \cdot (0,826 + 3,02) + 1,50 \cdot 3,30 = 10,1 \text{ kN/m}$.

Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS)

Biegespannungsnachweis

Maximales Biegemoment in Feldmitte:

$$M_{y,max} = \frac{10,1 \cdot 8,10^2}{8} = 82,8 \text{ kNm}$$

Biegerandspannungen:

$$\sigma_{o,\max} = \frac{82,8 \cdot 10^6}{2,49 \cdot 10^{13}} \cdot (268 - 470) \cdot 11.550 = -7,76 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{u,\max} = \frac{82,8 \cdot 10^6}{2,49 \cdot 10^{13}} \cdot 268 \cdot 13.500 = 12,0 \text{ N/mm}^2$$

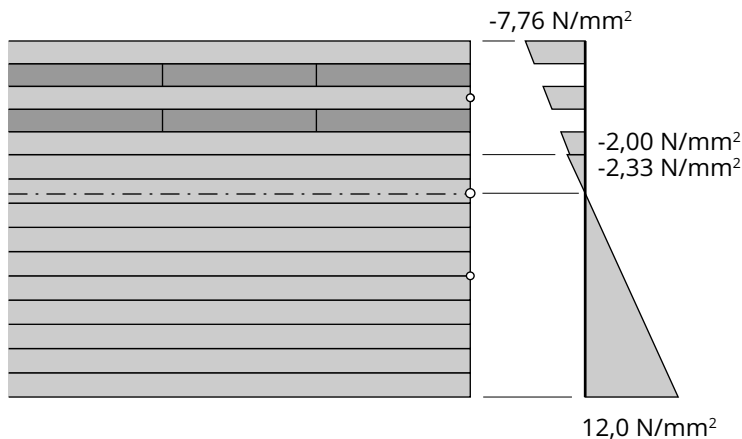


Abbildung 5.15 Verlauf der Normalspannungen

Nachweis der Biegenormalspannungen im BSH-Träger:

$$12,0 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{0,9 \cdot 32,0}{1,25} = 23,0 \text{ N/mm}^2 \quad (\eta = 52,2 \%)$$

Nachweis der Biegenormalspannungen in der BSP-Platte:

$$7,76 \text{ N/mm}^2 \leq 1,09 \cdot \frac{0,9 \cdot 24,0}{1,25} = 18,8 \text{ N/mm}^2 \quad (\eta = 41,3 \%)$$

Schubspannungsnachweis

Maximale Querkraft am Auflager:

$$V_{z,\max} = \frac{10,1 \cdot 8,10}{2} = 40,9 \text{ kN}$$

Schubspannungen τ_{xz} :

Statisches Moment in der Höhe des Schwerpunktes:

$$S_y(z_s) = 160 \cdot 218 \cdot \frac{218}{2} = 3,80 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

Statisches Moment in der Höhe der Klebefuge BSH/BSP:

$$S_y(z = -102) = 160 \cdot 320 \cdot 58 = 2,97 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

Statisches Moment in der Höhe der maßgebenden Querlage in der BSP-Platte:

$$S_y(z = -132) = 220 \cdot 60 \cdot (470 - 218 - 30 - 15) = 2,73 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

Maximale Schubspannung ($z = 0$):

$$\tau_{\max} = \frac{40,9 \cdot 10^3 \cdot 3,80 \cdot 10^6 \cdot 13.500}{1,59 \cdot 10^{13} \cdot 160} = 0,825 \text{ N/mm}^2$$

Schubspannung in der Fuge BSH-BSP:

$$\tau(z = -102) = \frac{40,9 \cdot 10^3 \cdot 2,97 \cdot 10^6 \cdot 13.500}{1,59 \cdot 10^{13} \cdot 160} = 0,645 \text{ N/mm}^2$$

Maximale Rollschubspannung ($z = -132 \text{ mm}$):

$$\tau_{r,\max} = \frac{40,9 \cdot 10^3 \cdot 2,73 \cdot 10^6 \cdot 11.550}{1,59 \cdot 10^{13} \cdot (160 + 2 \cdot 30)} = 0,369 \text{ N/mm}^2$$

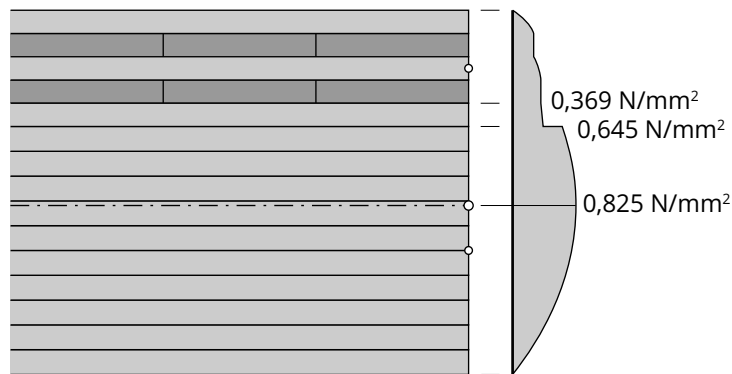


Abbildung 5.16 Verlauf der Schubspannungen

Nachweis der maximalen Schubspannungen im BSH-Träger:

$$0,825 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{0,9 \cdot 3,5}{1,25} = 2,52 \text{ N/mm}^2 \quad (\eta = 32,7 \%)$$

Nachweis der Rollschubspannungen in der BSP-Platte (Annahme $b/t > 4$):

$$0,369 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{0,9 \cdot 1,10}{1,25} = 0,792 \text{ N/mm}^2 \quad (\eta = 46,6 \%)$$

Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird näherungsweise mit der mitwirkenden Breite für die Gleichlast gerechnet.

Durchbiegnachweis

Durchbiegung auf Grund einer „Einheitsgleichlast“

$$w_{1,0 \text{ kN/m}} = \frac{5 \cdot 1,0 \cdot 8100^4}{384 \cdot 2,49 \cdot 10^{13}} + \frac{1,0 \cdot 8100^2}{8 \cdot 2,96 \cdot 10^7} = 2,25 + 0,277 = 2,53 \text{ mm/(kN/m)}$$

Anmerkung:

Die Berücksichtigung des Durchbiegungsanteils auf Grund der Schubnachgiebigkeit der BSP-Platte beträgt rund 11 % und sollte daher mitberücksichtigt werden.

Durchbiegung zufolge der charakteristischen Einwirkungskombination

$$w_{1,0 \text{ kN/m}} \cdot (g_{2,k} \cdot s + q_k \cdot s) = 2,53 \cdot (3,02 + 3,30) = 16,0 \text{ mm} \leq \frac{L}{300}$$

$$\frac{L}{300} = \frac{8,100}{300} = 27,0 \text{ mm}$$

$$16,0 \text{ mm} < 27,0 \text{ mm} (\eta = 59,3 \%)$$

Durchbiegung zufolge der quasi-ständigen Einwirkungskombination

$$w_{1,0 \text{ kN/m}} \cdot (g_{1,k} + g_{2,k} \cdot s + \psi_2 \cdot q_k \cdot s) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c =$$

$$2,53 \cdot (0,826 + 3,02 + 0,6 \cdot 3,30) \cdot (1 + 0,69) - 0 = 24,9 \text{ mm} \leq \frac{L}{250}$$

$$\frac{L}{250} = \frac{8,100}{250} = 32,4 \text{ mm}$$

$$24,9 \text{ mm} \leq 32,4 \text{ mm} (\eta = 76,9 \%)$$

Anmerkung:

Der Verformungsbeiwert $k_{\text{def}} = 0,69$ ergibt sich nach EN 1995-1-1:2009 Abschnitt 2.3.2.2 aus dem geometrischen Mittel der Werte für BSP mit $k_{\text{def,BSP}} = 0,80$ und für BSH mit $k_{\text{def,BSH}} = 0,60$.

Schwingungsnachweis

Annahmen:

- Deckenklasse II nach ÖNORM B 1995-1-1:2015-06
- Breite des Deckenfeldes: $b_D = 12,0 \text{ m}$
- Betonestrich ($E = 25.000 \text{ N/mm}^2$); Dicke: $d = 65 \text{ mm}$

Eigenfrequenz

Effektive Biegesteifigkeit (inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs) in Längsrichtung bezogen auf eine Rippe des Plattenbalkens:

$$(EI)_{\text{ef}} = 2,49 \cdot 10^7 + 2,50 \cdot 10^{10} \cdot \frac{0,660 \cdot 0,065^3}{12} = 2,49 \cdot 10^7 + 3,78 \cdot 10^5 = 2,53 \cdot 10^7 \text{ Nm}^2$$

Versmierte Biegesteifigkeit in Längsrichtung bezogen auf 1 m:

$$(EI)_{\text{ef,1m}} = \frac{2,53 \cdot 10^7}{0,660} = 3,83 \cdot 10^7 \text{ Nm}^2/\text{m}$$

Effektive Biegesteifigkeit (inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs) in Querrichtung bezogen auf 1 m:

$$\begin{aligned}
 (EI)_{b,ef,1m} &= 1,155 \cdot 10^{10} \cdot \left(2 \cdot \frac{1,00 \cdot 0,03^3}{12} + 2 \cdot 1,00 \cdot 0,03 \cdot 0,03^2 \right) \\
 &\quad + 2,50 \cdot 10^{10} \cdot \frac{1,00 \cdot 0,065^3}{12} = 6,76 \cdot 10^5 + 5,72 \cdot 10^5 \\
 &= 1,25 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2/\text{m} \\
 f_1 &= \frac{\pi}{2 \cdot 8,10^2} \cdot \sqrt{\frac{2,53 \cdot 10^7}{(83 + 302)}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{8,10}{12,0} \right)^4 \cdot \frac{1,25 \cdot 10^6}{3,83 \cdot 10^7}} = 6,14 \cdot 1,003 = 6,16 \text{ Hz} \\
 f_1 &= 6,16 \text{ Hz} > f_{II, \text{grenz}} = 6,00 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

Steifigkeitskriterium

$$\begin{aligned}
 b_F &= \frac{8,10}{1,1} \cdot \sqrt[4]{\frac{1,25 \cdot 10^6}{3,83 \cdot 10^7}} = 3,13 \text{ m} \\
 w(1\text{kN}) &= \frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot 8,10^3}{48 \cdot 3,83 \cdot 10^7 \cdot 3,13} + \frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot 8,10}{4 \cdot 2,96 \cdot 10^7 \cdot 3,13} = \\
 &= 9,20 \cdot 10^{-5} + 2,20 \cdot 10^{-5} = 1,141 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,11 \text{ mm} \leq w_{II, \text{grenz}} = 0,50 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

6 Wände

Wände aus Brettsperrholz dienen dem Raumabschluss mit Anforderungen an Schall-, Feuchte-, Wärme- und Brandschutz und als tragende Wände als Teil des Tragwerks. Tragende Wände dienen zur Aufnahme vertikaler Lasten (aus Eigengewicht, Nutzlasten der Decken und Schneelast des Daches), horizontaler Lasten quer zur Wandebene (aus Wind oder zur Absturzsicherung) und horizontaler Lasten in Wandebene (zur Aussteifung des Gebäudes). Tragende Wandscheiben können wegen der relativ großen statisch nutzbaren Höhe effektiv genutzt werden, um Deckenlasten nach oben zu hängen oder Gebäudevorsprünge zu realisieren.

Die Tragfähigkeit von Wänden wird meist durch die Knickgefahr, das Brandverhalten und die Lasteinleitung am Wandfuß bestimmt. Die Einleitung lokaler Lasten kann in der Regel durch Hirnholzpressung erfolgen. Die Ausbreitung vertikaler lokaler Lasten in der Wandebene ist umso günstiger, je höher der Anteil der horizontalen Brettlagen ist.

6.1 Knicken von Wänden

Das Knickverhalten von Wänden aus Brettsperrholz hängt unter anderem von der Verteilung der Druckkräfte in der betrachteten Wandscheibe ab. Für den Nachweis der Tragfähigkeit wird in der Regel davon ausgegangen, dass die gesamte Wand in einer zylindrischen Form ausweicht. Diese Form stellt sich ein, wenn Wände nur oben und unten gehalten und gleichmäßig durch eine vertikale Auflast und / oder eine horizontale Querlast beansprucht werden. Der Nachweis kann dann als Knickstab geführt werden.

Werden vertikale Ränder gelagert oder sind lokale Lastwirkungen mit Zonen starker Druckbeanspruchung neben Zonen schwacher Druckbeanspruchung vorhanden, so wirkt sich dies günstig auf das Tragverhalten aus. Die Erhöhung der Tragfähigkeit in diesen Situationen steht einer genaueren Untersuchung des räumlichen Beulverhaltens gegenüber, weshalb dies nur in Sonderfällen untersucht wird, zumal der Brandwiderstand und die Schwellenpressung ebenfalls nachzuweisen sind.

6.1.1 Brettsperrholz als schubnachgiebiger Knickstab

Das Knickverhalten von Stäben wird neben der Knicklänge durch das Verhältnis aus Querschnittsfläche zur Steifigkeit gegen das Ausweichen des Stabes bestimmt. Die Steifigkeit gegen Ausweichen setzt sich aus einem Anteil der Biegesteifigkeit und einem für Brettsperrholz nicht immer zu vernachlässigenden Anteil der Schubsteifigkeit zusammen. Durch den Anteil der Schubsteifigkeit verringert sich die kritische Knicklast¹.

Im Knicknachweis kann der Einfluss der Schubnachgiebigkeit über einen Faktor k_{cs} berücksichtigt werden, mit dem die Schlankheit des Knickstabes erhöht wird. Dieser lässt einen direkten Vergleich der beiden Modelle – dem erweiterten Gamma-Verfahren aus Band 1 und dem hier vorgestellten schubnachgiebigen Stab nach Timoshenko – zu.

¹ Zur Berechnung der kritischen Knicklast für allgemeine schubnachgiebige Stäbe siehe Petersen, 1992, Abschnitt 1.2.12.1

Gamma-Verfahren

$$k_{cs} = \sqrt{\frac{I_{0,net}}{I_{0,ef}}} \quad (6.1)$$

Schubnachgiebiger Stab

$$k_{cs} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_{0,net}}{GA_s \cdot \ell_k^2}} \quad (6.2)$$

mit

k_{cs} Faktor zur Berücksichtigung der Schubnachgiebigkeit im Knickfall

$EI_{0,net}$ Biegesteifigkeit (netto-Querschnitt)

GA_s effektive Schubsteifigkeit $GA_s \neq GA$

ℓ_k Knicklänge

Die Schlankheit des schubnachgiebigen Stabes ergibt sich dann zu

$$\lambda = \frac{\ell_k}{i_{0,net}} \cdot k_{cs} \quad (6.3)$$

Der Imperfektionsbeiwert für Brettspertholz als schubnachgiebiger Knickstab wird wie folgt festgelegt:¹

$$\beta_c = 0,1 \quad (6.4)$$

Die weitere Berechnung und der Nachweis gegen Biegeknicken können gemäß EN 1995-1-1:2015 geführt werden.

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad (6.5)$$

$$k = 0,5 \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2 \right] \quad (6.6)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}} \quad (6.7)$$

Knickspannungsnachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (6.8)$$

¹ Abweichend zum Vorschlag in ÖNORM B 1995-1-1:2015, Anhang K, K.6.3 werden folgende Festlegungen getroffen: Der Imperfektionsbeiwert für Brettspertholz wird – wegen der mit Brettschichtholz vergleichbaren Produktionsbedingungen – mit $\beta_c = 0,1$ angenommen. Der Knicknachweis wird dafür unter Berücksichtigung der Schubnachgiebigkeit geführt. Dies führt zu Nachweisen auf annähernd gleichem Sicherheitsniveau.

Beispiel 6.1 Wand als schubnachgiebiger Stab

Für eine Wand aus BSP 90-3s (30l-30w-30l) ist der Nachweis gegen Knicken zu führen.

Die Knicklänge beträgt $\ell_k = 2,95 \text{ m}$

Aus den Einwirkungen mit Wind sind die Bemessungswerte der Schnittgrößen gegeben:

$$N_d = 57 \text{ kN}$$

$$M_d = 1,31 \text{ kNm}$$

Baustoffkennwerte

$$E_{0,mean} = 11\,550 \text{ N/mm}^2; \quad E_{0,05} = \frac{5}{6} E_{0,mean} = 9\,625 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{0,mean} = 690 \text{ N/mm}^2; \quad G_{0,05} = \frac{5}{6} G_{0,mean} = 575 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{R,mean} = 65 \text{ N/mm}^2; \quad G_{R,05} = \frac{5}{6} G_{R,mean} = 54 \text{ N/mm}^2$$

Festigkeitswerte

charakteristische Werte

$$f_{c,0,k} = 21,00 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,k} = 24,00 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{mod} = 1,0 \text{ (kurz/sehr kurz da Wind als Querlast)}$$

$$\gamma_M = 1,25$$

Bemessungswerte

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 1,0 \cdot \frac{21,00}{1,25} = 16,80 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 1,0 \cdot \frac{24,00}{1,25} = 19,20 \text{ N/mm}^2$$

Festigkeitswerte laut
Abschnitt 3.1

Querschnittswerte

Schubsteifigkeit

$$GA = \sum G_{mean} \cdot b_i \cdot d_i = 2 \left(\frac{690}{10} \cdot 100 \cdot 3 \right) + \frac{65}{10} \cdot 100 \cdot 3 = 43\,350 \text{ kN}$$

$$GA_{05} = \frac{5}{6} \cdot GA = \frac{5}{6} \cdot 43\,350 = 36\,125 \text{ kN}$$

mit dem Schubkorrekturfaktor

$$\kappa = 0,196$$

$$GA_{0,05,s} = \kappa \cdot GA_{05} = 0,196 \cdot 36\,125 = 7\,081 \text{ kN}$$

Näherungsweise wird der
Schubkorrekturfaktor nach
Tabelle 9-1 verwendet

Dehn- und Biegesteifigkeit

$$A_{0,net} = 2 \cdot 100 \cdot 3 = 600 \text{ cm}^2$$

$$EI_{net} = \sum E_{i,mean} \left(\frac{b_i \cdot d_i^3}{12} + b_i \cdot d_i \cdot a_i^2 \right) = 11\,550 \cdot 2 \left(\frac{100 \cdot 3^3}{12} + 100 \cdot 3 \cdot 3^2 \right) \cdot 10^{-5} = 676 \text{ kNm}^2$$

$$EI_{0,05,net} = \frac{5}{6} \cdot EI_{net} = \frac{5}{6} \cdot 676 = 563 \text{ kNm}^2$$

Widerstandsmoment

$$I_{0,net} = 5\,850 \text{ cm}^4$$

$$W_{0,net} = \frac{I_{0,net}}{z_{max}} = \frac{5\,850}{4,5} = 1\,300 \text{ cm}^3$$

Knicknachweis

Schlankheit

$$k_{cs} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_{0,05,net}}{GA_{0,05,s} \cdot \ell_k^2}} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 \cdot 563}{7\,081 \cdot 2,95^2}} = 1,044$$

$$i_{y,net} = \sqrt{\frac{I_{0,net}}{A_{0,net}}} = \sqrt{\frac{5\,850}{600}} = 3,122 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{\ell_k}{i_{0,net}} \cdot k_{cs} = \frac{2,95 \cdot 100}{3,122} \cdot 1,044 = 94,5 \cdot 1,044 = 98,65$$

Knickbeiwert

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{98,66}{\pi} \sqrt{\frac{21}{9\,625}} = 1,467$$

$$k = 0,5 \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,1 (1,467 - 0,3) + 1,467^2 \right] = 1,634$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}} = \frac{1}{1,634 + \sqrt{1,634^2 - 1,467^2}} = 0,425$$

Knickspannungsnachweis

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} &= \frac{\frac{N_d}{A_{0,net}}}{k_c f_{c,0,d}} + \frac{\frac{M_d}{W_{0,net}}}{f_{m,d}} \leq 1 \\ &= \frac{\frac{57}{600} \cdot 10}{0,425 \cdot 16,8} + \frac{\frac{1,31 \cdot 100}{1\,300} \cdot 10}{19,2} = 0,133 + 0,053 = 0,186 \leq 1 \end{aligned}$$

✓ erfüllt (19%)

Anmerkung: Die Auswirkung der Schubnachgiebigkeit auf den Knickbeiwert ist bei gedruckten Stäben höher als bei schlanken Stäben. Im baupraktisch relevanten Bereich der Schlankheit zwischen 60 und 150 ist die Traglast des schubweichen Stabes etwa 3% bis 10% geringer als jene des schubstarren Stabes.

6.1.2 Einfluss von Öffnungen

Das vorhergehende Beispiel bezieht sich auf Beispiel 11.5.1 in Band 1. Dabei wurde die Verteilung der Normalkräfte in Wandscheiben mit Öffnung sehr grob als konstant im Netto-Querschnitt der verbleibenden Wandpfeiler angenommen.

Die Annahme konstanter Normalkraftverteilung auf die Wand anzüglich der Öffnungen ist angesichts der Ausnutzung der Tragfähigkeit der Wand von unter 20% im vorliegenden Anwendungsfall vertretbar. Genauere Ergebnisse bringen Berechnungen mittels der Finite-Element-Methode oder Rahmenmodelle. Eine gute Abschätzung erhält man durch Betrachtung des über den Öffnungen liegenden Wandbereichs als Träger mit konstantem Querschnitt. Für ausgeschnittene Stürze wird der Träger durchlaufend, für eingelegte Stürze durch Gelenke unterbrochen modelliert. Die Stützung des Trägers erfolgt mit Wegfedern, die jeweils in der Mitte von Streifen liegen, die durch Teilung der tragenden Wandpfeiler entstehen. Für die Breite der Wandstreifen wird ein Maß von $b = 30\text{ cm}$ empfohlen. Pfeiler mit weniger als 60 cm Breite sind durch Halbieren in zwei Streifen zu teilen.

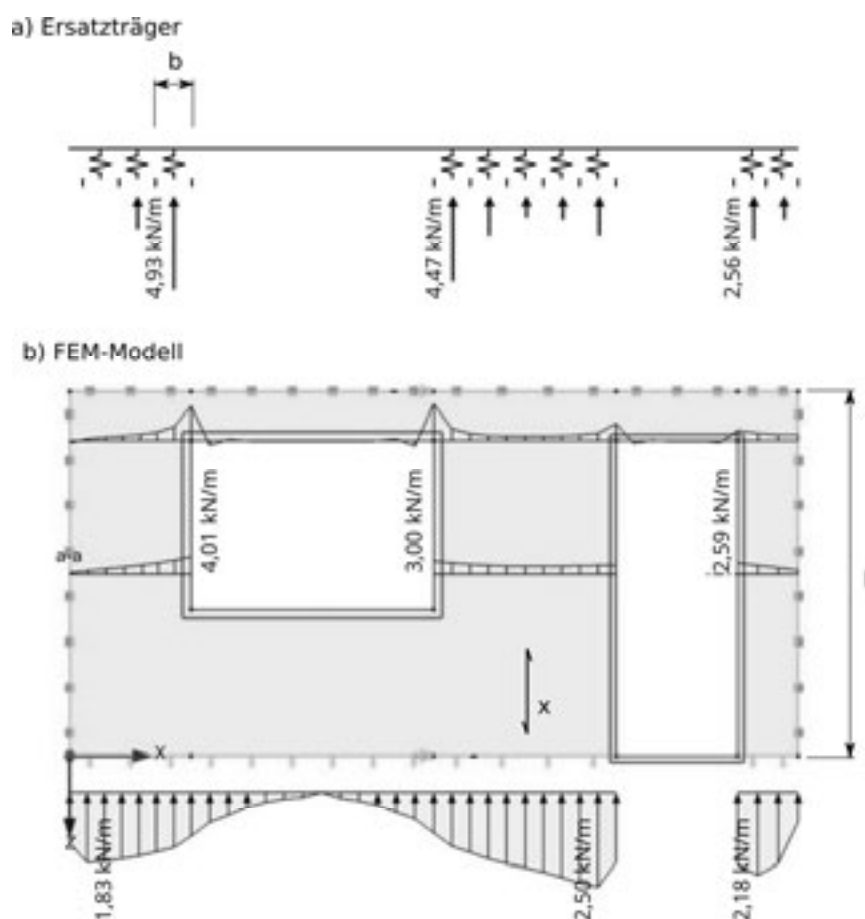


Abbildung 6.1 Beispielhafter Vergleich der Normalkraftverteilungen zufolge einer vertikalen Einheitslast an der Wandoberkante
a) Modell als Ersatzträger auf Einzelfedern und
b) FEM-Modell

Für den Ersatzträger kann seine Querschnittshöhe h_T aus der Wandabmessung im Sturzbereich angenommen werden. Die Breite b_T ergibt sich aus der Summe der in y-Richtung liegenden Lagendicken.

$$b_T = b \cdot \sum d_y \quad (6.9)$$

Die Federsteifigkeit des jeweiligen Wandpfeilers kann aus

$$c = \frac{EA}{h} = \frac{E \cdot b \cdot \sum d_x}{h} \quad (6.10)$$

ermittelt werden.

Für eine 3 m hohe Wand aus BSP 120 3s (40l-40w-40l) ergibt sich für einen Streifen der Breite $b = 30$ cm eine Federsteifigkeit c zu:

$$c = \frac{E \cdot b \cdot \sum d_x}{h} = \frac{1\,155 \text{ kN/cm}^2 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}}{300 \text{ cm}} = 924 \text{ kN/cm} = 92\,400 \text{ kN/cm} \quad (6.11)$$

Alternativ zur Lagerung durch Federn kann auch mit starren Auflagern gerechnet werden. Dabei sind nach einem ersten Rechengang alle auf Zug beanspruchten Lager zu entfernen.

6.2 Einleitung lokaler Lasten

In Band 1 wurde vorgeschlagen, Einzellasten mit einem Lastausbreitungswinkel von 30° zur Vertikalen bis höchstens zu einem Viertel der Wandhöhe auf eine effektive Pfeilerbreite $w_{i,ef}$ zu verteilen und den Knicknachweis mit diesem Wandpfeiler zu führen.

Die Lastverteilung in allgemeinen orthotropen Scheiben wurden von Bogensperger et al., 2014 hergeleitet und untersucht. Die überschlägliche Annahme von Band 1 konnte dabei im Großen und Ganzen bestätigt werden. Die Untersuchungen zeigen aber, dass weder der Einfluss des Querschnittsaufbaues der Wand noch die Lasteinwirkungsbreite vernachlässigt werden dürfen.

Bei einer dreilagigen Wand aus gleich starken Lagen mit zwei vertikalen und einer horizontalen Lage ergibt sich ein Ausbreitungswinkel von etwa $\alpha_i = 25^\circ$. Für einen immer größer werdenden Anteil der vertikalen Lagen strebt der Winkel gegen $\alpha_i = 15^\circ$ und für einen immer größeren Anteil an horizontalen Lagen gegen $\alpha_i = 45^\circ$.

Bei größeren Lasteinleitungslängen, wie sie üblicherweise durch Teilstreckenlasten auftreten, verringert sich der Lastausbreitungswinkel und strebt mit immer größer werdenden Lasteinleitungslängen gegen $\alpha_i = 0^\circ$. Das bedeutet, dass bei einer gleichmäßig über die gesamte Länge belasteten Wand keine Lastausbreitung mehr stattfindet.

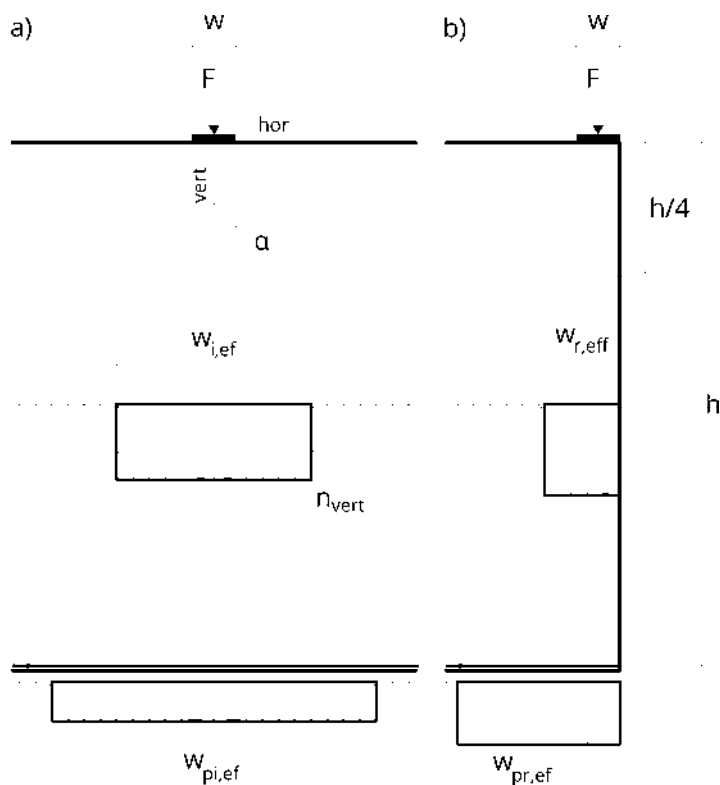


Abbildung 6.2 Effektive Pfeilerbreite für a) innenliegende Lastenleitung und b) Lastenleitung am Rand.

Bei geringen Wandhöhen sinkt der rechnerische Lastausbreitungswinkel α_i , da die Lastausbreitung tatsächlich nichtlinear ist und zunächst in etwas spitzerem Winkel verläuft.

Eine elastische Lagerung der Wand durch Schwellen oder auf einer BSP-Decke führt zur Erhöhung des Lastausbreitungswinkels. Dieser Effekt wird aber in den meisten Fällen vernachlässigt.

Die Wirkung aus lokalen Lasten ist in der Regel mit jener aus gleichförmigen Lasten zu überlagern.

Der Nachweis der Wand gegen Knicken mit den angegebenen effektiven Pfeilerbreite ist als konservativ anzusehen. Begünstigende Effekte, wie Festhaltungen durch Querwände oder benachbarte Bereiche mit geringeren Druckspannungen werden als konservative Annahme nicht berücksichtigt. Genauere Ergebnisse sind mit numerischen Modellen unter Anwendung der Theorie 2. Ordnung und dem Nachweis gegen Plattenbeulen zu erzielen.

6.2.1 Baupraktische Abschätzung für Einzellasten

Für baupraktisch häufig eingesetzte Wandaufbauten unter Einwirkung von Einzellasten kann der Ausbreitungswinkel α_i in guter Näherung als Mischwert von 45° für den Anteil der horizontalen Lagen d_{hor} und 15° für den Anteil der vertikalen Lagen d_{vert} abgeschätzt werden. Die Last wird von der Lasteinleitungslänge w aus auf eine effektive Pfeilerbreite $w_{i,ef}$ bis zum Viertel der Wandhöhe verteilt. Der Knicknachweis ist dann mit dem Wandpfeiler der Breite $w_{i,ef}$ zu führen.

Voraussetzungen

Die Annahmen gelten für Wandaufbauten mit Dickenverhältnissen im Bereich von:

$$\frac{1}{5} \leq \frac{d_{hor}}{d_{vert}} \leq \frac{3}{1}$$

Die rechnerische Lasteinleitungslänge wird mit $w \leq 20$ cm (z.B. Lasteinleitung durch einen Unterzug mit $b = 20$ cm) begrenzt und die Wandhöhe sollte zumindest $h \geq 2,75$ m sein.

Lasteinleitung im Wandinneren

Für den Lastausbreitungswinkel bei Einzellasten im Inneren der Wand

$$\alpha_i = \frac{d_{hor} \cdot 45^\circ + d_{vert} \cdot 15^\circ}{d_{hor} + d_{vert}} \quad (6.12)$$

Für die wirksame Pfeilerbreite der Wand ergibt sich damit nach Abbildung 6.2

$$w_{i,ef} = w + 2 \cdot \frac{h}{4} \cdot \tan(\alpha_i) \quad (6.13)$$

Die Pressung am Wandfuß kann mit der wirksamen Pressungslänge $w_{pi,ef}$ abgeschätzt werden:

$$w_{pi,ef} = 1,2 \cdot w_{i,ef} \quad (6.14)$$

Lasteinleitung am Rand

Für Einzellasten, die am Rand der Wand angreifen, ist die wirksame Pfeilerbreite gegenüber jener aus dem ungestörten Inneren der Wand zu reduzieren:

$$w_{r,ef} = 0,45 \cdot w_{i,ef} \quad (6.15)$$

Die Pressung am Wandfuß bei Einzellasten am Rand der Wand kann mit der wirksamen Pressungslänge $w_{pr,ef}$ abgeschätzt werden:

$$w_{pr,ef} = 1,2 \cdot w_{r,ef} \quad (6.16)$$

mit

d_{vert}	Summe der Dicken der vertikalen Lagen
d_{hor}	Summe der Dicken der horizontalen Lagen
w	Lasteinleitungslänge
h	Wandhöhe

6.2.2 Baupraktische Abschätzung für Teilstreckenlasten und geringe Wandhöhen

Wirkt die einwirkende Kraft entlang einer größeren Auflagerlänge $w > 20$ cm (z.B. Stahlträger mit Breite $b = 30$ cm) oder ist die Wandhöhe geringer als $h < 2,75$ m, so ergeben sich von Abschnitt 6.2.1 abweichende Lastausbreitungswinkel. Der Aufbau des Wandquerschnittes und das Verhältnis aus Lasteinleitungslänge w und Wandhöhe h werden in diesem Fall allgemeiner als in Abschnitt 6.2.1 durch die Beiwerte k_{ortho} und k_w berücksichtigt. Die Beiwerte wurden durch Vereinfachungen der theoretischen Herleitung gewonnen.

Lasteinleitung im Wandinneren

Der Lastausbreitungswinkel für Lasten im Innenbereich – also im Abstand von mindestens $2 \cdot w_{i,ef}$ vom Ende der Wand – gilt für den Ausbreitungswinkel:

$$\alpha_i = k_{ortho} \cdot k_w \cdot 30^\circ \quad (6.17)$$

mit dem Beiwert zur Berücksichtigung des Elementaufbaues

$$k_{ortho} = 1,1 \cdot \sqrt[4]{\frac{EA_{hor}}{EA_{vert}}} = 1,1 \cdot \sqrt[4]{\frac{d_{hor}}{d_{vert}}} \quad (6.18)$$

und dem Beiwert zur Berücksichtigung der Lasteinleitungslänge w

$$k_w = 1 - 1,5 \cdot \frac{w}{h} \geq 0 \quad (6.19)$$

Für die wirksame Wandbreite ergibt sich damit nach Abbildung 6.2

$$w_{i,ef} = w + 2 \cdot \frac{h}{4} \cdot \tan(\alpha_i) \quad (6.20)$$

Die Pressung am Wandfuß kann mit der wirksamen Pressungslänge $w_{pi,ef}$ abgeschätzt werden:

$$w_{pi,ef} = \left(1,3 - 0,9 \frac{w}{h} + 0,5 \left(\frac{w}{h} \right)^2 \right) \cdot w_{i,ef} \geq w_{i,ef} \quad (6.21)$$

Lasteinleitung am Rand

Für Fälle mit Lasteinleitung am Ende der Wand (Fall b in Abbildung 6.2) ist für die wirksame Wandbreite folgender Wert zu verwenden:

$$w_{r,ef} = 0,9 \cdot \sqrt[4]{\frac{w}{h}} \cdot w_{i,ef} \quad (6.22)$$

Für die Pressung am Wandfuß zufolge Lasteinleitung am Rand ergibt sich:

$$w_{pr,ef} = \left(0,5 + 0,85 \frac{w}{h} - 0,45 \left(\frac{w}{h} \right)^2 \right) \cdot w_{i,ef} \geq w_{r,ef} \quad (6.23)$$

mit

d_{vert} Summe der Dicken der vertikalen Lagen

d_{hor} Summe der Dicken der horizontalen Lagen

w Lasteinleitungslänge

h Wandhöhe

Beispiel 6.2 Einleitung lokaler Lasten in eine Wand

Gegeben: BSP 90 Q3s (30l-30w-30l)

Gesucht: Nachweis für die Wand bei lokalen Lasten einmal in Wandmitte und einmal am Ende der Wand.

Wandhöhe $h = 3$ m, Lasteinleitungslänge $w = 20$ cm. Einwirkung: $F_d = 100$ kN, $k_{mod} = 0,8$

Lastausbreitungswinkel

Dickenverhältnisse, Wandhöhe und Lasteinleitungslänge entsprechen den Voraussetzungen für Einzellasten von Abschnitt 6.2.1.

Der Lastausbreitungswinkel ergibt sich demnach zu

$$\alpha_i = \frac{d_{hor} \cdot 45^\circ + d_{vert} \cdot 15^\circ}{d_{hor} + d_{vert}} = \frac{30 \cdot 45^\circ + 60 \cdot 15^\circ}{90} = 25^\circ$$

Lasteinleitung im Wandinneren

Effektive Pfeilerbreite

$$w_{i,ef} = w + 2 \cdot \frac{h}{4} \cdot \tan \alpha = 20 + 2 \cdot \frac{300}{4} \cdot \tan 25^\circ = 89,86 \text{ cm} = 0,899 \text{ m}$$

Normalkraft pro 1 m-Streifen der Wand für einen Knicknachweis am 1 m-Streifen

$$n_d = \frac{F_d}{b_{ef}} = \frac{100}{0,899} = 112 \text{ kN/m}$$

Lasteinleitung am Wandende (Rand)

$$w_{r,ef} = 0,45 \cdot w_{i,ef} = 0,45 \cdot 89,86 = 40,47 \text{ cm} = 0,405 \text{ m}$$

Normalkraft pro 1 m-Streifen der Wand für einen Knicknachweis am 1 m-Streifen

$$n_d = \frac{F_d}{b_{ef}} = \frac{100}{0,405} = 247 \text{ kN/m}$$

Der Knicknachweis ist mit der Normalkraft der Randbelastung zu führen.

Knicknachweis

Die Festigkeitskennwerte und der Knickbeiwert werden von Beispiel 6.1 übernommen und an den gegebenen Modifikationsbeiwert $k_{mod} = 0,8$ angepasst.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c f_{c,0,d}} = \frac{\frac{N_d}{A_{0,net}}}{k_c f_{c,0,d}} \leq 1$$

$$k_c = 0,425$$

$$f_{c,0,d} = 0,8 \cdot \frac{21}{1,25} = 13,44 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\frac{N_d}{A_{0,net}}}{k_c f_{c,0,d}} = \frac{\frac{247}{600} \cdot 10}{0,425 \cdot 13,44} = 0,72 \leq 1$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 72 \%$)

Für den Nachweis der Schwellenpressung kann für den Fall der Lasteinleitung am Rand von einer wirksamen Pressungslänge von

$$w_{pr,ef} = 1,2 \cdot w_{r,ef} = 1,2 \cdot 40,47 = 48,56 \text{ cm}$$

$$w_{pr,ef} = 0,486 \text{ m}$$

ausgegangen werden.

6.3 Schwellenpressung

Auf der Grundlage von Versuchen zur Schwellenpressung wird wegen der Querdehnungsbehinderung der Schwelle zielführend eine effektive Breite für die Schwellenpressung angesetzt. Dieser Ansatz ist in Normenwerken noch nicht verankert und nicht in allen Produktzulassungen zu finden.

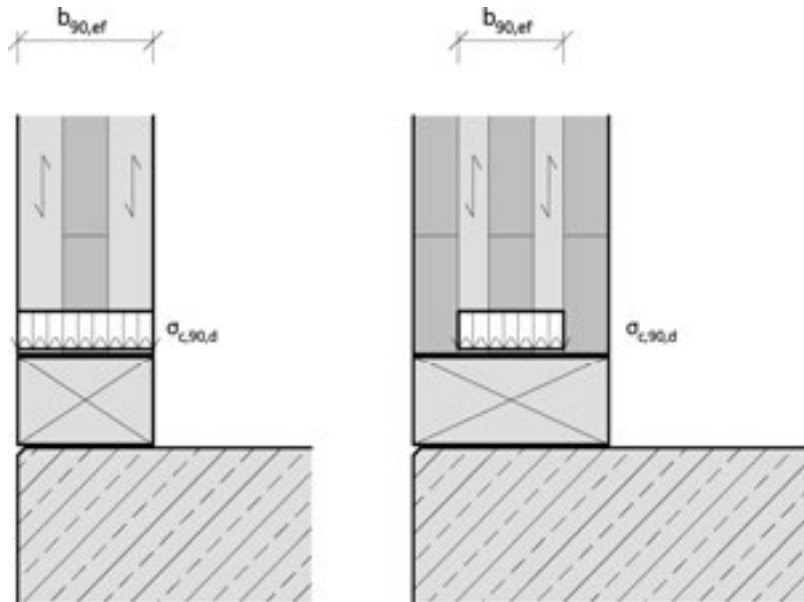


Abbildung 6.3 Wirksame Breiten für die Schwellenpressung

Gemäß Abbildung 6.3 wird für die effektive Breite zur Bestimmung der Pressungsfläche für den Querdrucknachweis der gebetteten Schwellen unter BSP-Wänden die gesamte Elementbreite inklusive der äußersten stehenden Lagen $b_{90,ef}$ angesetzt. Für die Schwellenpressung wird daher die gesamte Brutto-Breite in Rechnung gestellt, einzig außenliegende Querlagen werden dabei nicht in Rechnung gestellt.

Die Anwendung dieser effektiven Breite für die Schwellenpressung ist vom verantwortlichen Ersteller des statischen Nachweises zu verantworten und gegebenenfalls mit den Prüfinstanzen zu klären.

Beispiel 6.3 Schwellenpressung

Die Wand lagert auf einer Schwelle aus C24. Die Normalkraft aus Beispiel 6.1 ist in diese Schwelle einzuleiten. Der zugehörige Wert für die Lastdauer wird mit $k_{mod} = 0,8$ festgelegt.

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_d}{A_{90,ef}} \leq f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M}$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{57}{900} \cdot 10 \leq f_{c,90,d} = 0,8 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,53 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,90,d} = 0,63 \leq 1,53 \text{ N/mm}^2$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 41 \%$)

7 Finite-Element-Modellierung

Für die statische Berechnung werden die flächigen Brettsperrholz-Elemente in der Regel gedanklich in „Streifen“ geschnitten und als einachsig beanspruchte Stäbe angesehen. Mit dieser konservativen Annahme lassen sich Decken als einfache Biegeträger berechnen und Wände als Stützen.

In einigen Fällen ist jedoch die Tragwirkung als Flächenelement zu betrachten und die Lastabtragung als Platte oder als Scheibe zu untersuchen, um das Potential der flächigen Bauelemente zu nutzen. Zugehörige Modelle sind Trägerroste, also ebene Gitter aus Stäben in beiden Breitrichtungen oder Finite-Element-Modelle, also aus diskreten Elementen zusammengesetzte Flächen.

In diesem Kapitel werden die Grundlagen für die Modellierung als Flächentragwerk mittels Finite-Elemente-Methode beschrieben und deren Anwendungen gezeigt. Die Berechnung als Trägerrost ist in Band 1 beschrieben.

7.1 Rechenablauf

Die Berechnung und der Nachweis von Brettsperrholzelementen mittels Finite-Element-Methode folgt dem Schema in Abbildung 7.1. Für die Berechnung sind, wie im folgenden Abschnitt beschrieben, geeignete finite Elemente einzusetzen. In einigen Software-Lösungen stehen Pre-Prozessoren zur Verfügung: Programmteile, die das Modellverhalten aus dem Aufbau und den Baustoffkennwerten der Brettlagen automatisch berechnen. Für die statische Berechnung ist der Einsatz von Pre-Prozessoren aber nicht erforderlich. Die einzelnen Steifigkeitswerte für das statische Modell können auch „von Hand“ ermittelt werden und direkt als Kennwerte der Steifigkeitsmatrix eingegeben werden. Die Steifigkeitsmatrix ist in beiden Fällen identisch. Die Handrechnung ist im Allgemeinen für die richtige Festlegung der Drillsteifigkeit erforderlich.

Die Geometrie des statischen Systems wird durch die Mittelflächen der Brettsperrholzelemente beschrieben. Danach legt man die Lagerungsbedingungen mit Punkt und Linienlagern und die meist gelenkige Koppelung der Elemente mit Liniengelenken fest. Nach Definition der Einwirkungen und ihrer Kombinationen können als Ergebnis der statischen Berechnung die Verformungen und daraus die Schnittgrößen ermittelt werden.

Die Bauteilnachweise können schließlich über einen Post-Prozessor automatisiert auf Ebene der Spannungen in den Brettlagen durchgeführt werden oder durch direkten Vergleich der Schnittgrößen mit der jeweils zugehörigen Querschnittstragfähigkeit durch Handrechnung ermittelt werden, wie in Band 1, Abschnitt 4.3.3 und 4.4.3 beschrieben.

In den folgenden Beispielen wird die Berechnung der Steifigkeiten und der Querschnittstragfähigkeiten von Hand durchgeführt um eine Berechnung nach der Finite-Elemente-Methode ohne Pre- und Post-Prozessoren durchführen zu können.

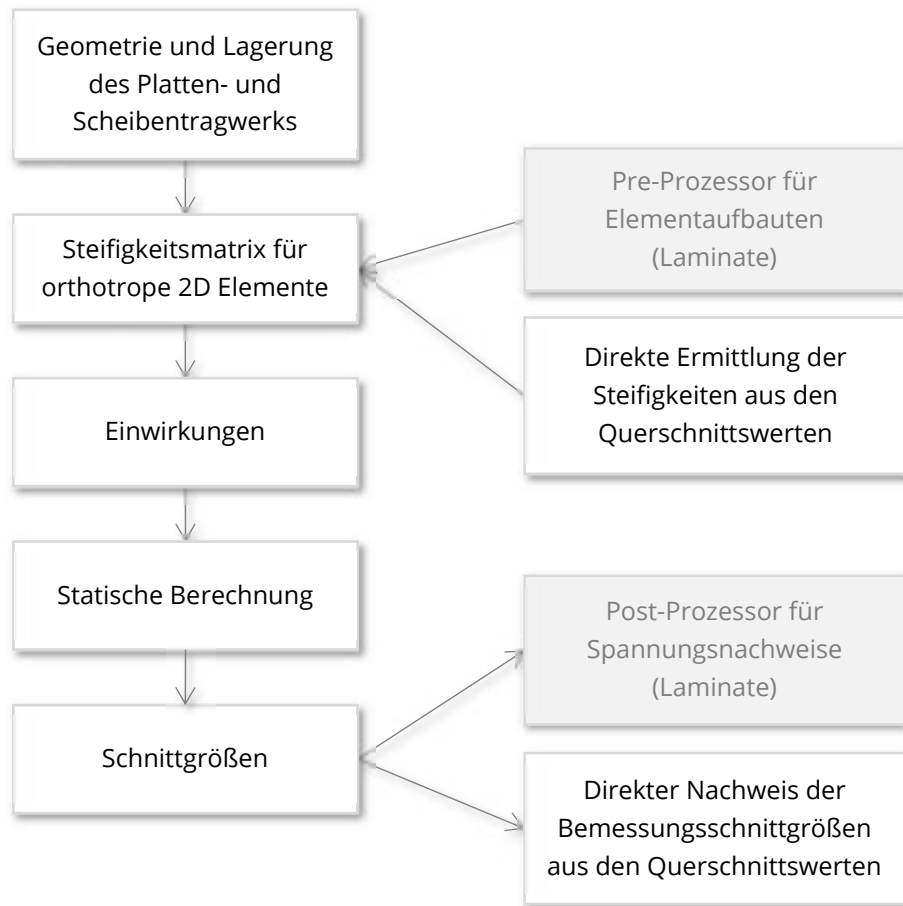


Abbildung 7.1: Ablaufschema der statischen Berechnung von Brettsperrholz-Elementen

7.2 Finite-Elemente Modelle

7.2.1 Schalenelemente für Platten- und Scheibenwirkung

Das Materialverhalten von Brettsperrholz ist wegen seines geschichteten Aufbaues aus rechtwinklig zueinander angeordneten Brettlagen orthotrop. Das bedeutet, dass das Kraft-Verformungs-Verhalten entlang der beiden Haupttragrichtungen unterschiedlich ist. Eine gegenseitige Beeinflussung von Längs- und Querbeanspruchung ist für Brettsperrholz nicht anzusetzen. Der Einfluss der Schubverformungen in der Platte ist jedoch zu berücksichtigen.

Als finite Elemente für Brettsperrholz sind daher orthotrope Mindlin-Reissner-Elemente am besten geeignet. Mindlin-Reissner-Elemente können als zweidimensionale Entsprechung des Timoshenko-Balkens gesehen werden, während finite Elemente nach der Kirchhoffschen Theorie dem klassischen Bernoulli-Balken analog zu sehen sind, also Schubverformungen der Platte nicht abbilden. Mindlin-Reissner-Elemente werden auch als *dicke Platten* und Kirchhoff-Elemente als *dünne Platten* bezeichnet.

Die Verformungen der Kirchhoff-Elemente ohne Schubanteile liegen je nach Schlankheit und Elementaufbau um etwa 20 bis 30% über jenen der Reissner-Mindlin-Elemente. Auch die Spannungsergebnisse können in dieser Größenordnung abweichen.

Im allgemeinen Fall wird über die finiten Schalenelemente sowohl die Tragwirkung als Platte als auch jene als Scheibe abgebildet.

Über die Steifigkeiten der Schalenelemente wird der Zusammenhang zwischen den Verzerrungen des Elements und den inneren Schnittgrößen hergestellt. Diese sind für ein Mindlin-Reissner-Element für Brettsperrholz in Abbildung 7.2 in Matrizenform angeführt. Aus der Steifigkeitsmatrix geht hervor, dass kein Zusammenhang zwischen Normalspannungen in die eine Richtung und Normaldehnungen in die andere Richtung besteht, dass also die Querdehnung für Brettsperrholz im Allgemeinen vernachlässigt wird. Dies ist durch die relativ geringe Querdehnzahl von Holz, den Elementaufbau aus einzelnen Brettern und die Ausbildung von Stoßfugen quer zur Haupttragrichtung zu begründen. Das Verhalten von Brettsperrholz bei Torsionsbeanspruchung ist komplex. Die Drillsteifigkeit ist gering und führt zu Schnittgrößen, die in der Regeln nicht bemessungsrelevant sind. Die Annahme völliger Drillweichheit führt zu etwas höheren Durchbiegungen und Biegemomenten in der Platte und ist konservativ. Das Tragverhalten von Platten ohne Drillsteifigkeit entspricht weitestgehend jenem eines Trägerrosts aus schubweichen Timoshenko-Balken. Wegen der fehlenden Querdehnbehinderung und der starken Richtungsabhängigkeit der BSP-Platten ist die Verwendung der aus dem Betonbau bekannten Tabellen für Platten (z.B. Czerny-Tafeln) nicht möglich.

orthotrope Mindlin-Reissner-Elemente also schubweiche, ‚dicke‘ Platten. Kein Einfluss der Querdehnung.

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_{x,z} \\ v_{y,z} \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EI_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_D GI_T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_x GA_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_y GA_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & EA_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & EA_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_S GA_{brut} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_x \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

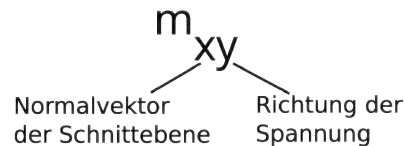
Abbildung 7.2 Steifigkeitsmatrix eines Brettsperrholz-Elements als orthotropes Platten- und Scheibenelement

7.2.2 Schnittgrößen

Für Platten und Scheiben wird in der Regel die aus dem Betonbau kommende Schnittgrößenkonvention verwendet, wie sie Abbildung 7.3 zu entnehmen ist. Die Schnittgrößen werden auf einen Plattenstreifen mit einem Meter Breite bezogen und daher mit den Kleinbuchstaben m für Momente, v für Querkräfte und n für Scheiben- bzw. Normalkräfte bezeichnet. Die Schnittgrößen werden im ersten Index mit der Achse bezeichnet, die normal auf die Schnittebene steht. Der zweite Index steht für die Richtung in welche die Spannungen zufolge der Schnittgröße wirken. Stimmen erster

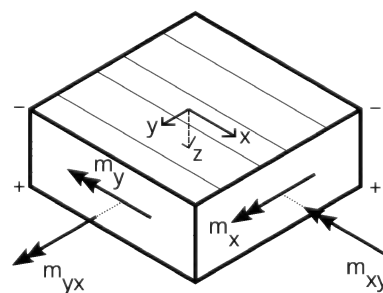
und zweiter Index überein, so wird der zweite Index weggelassen. Für Brettsper Holz bedeutet dies, dass beispielsweise durch m_x jene Brettlagen beansprucht werden, die in die x-Richtung des Plattenelements verlaufen. Es wird dringend empfohlen, für alle Elemente die x-Richtung als Richtung der Decklagen festzulegen.

a) Konvention für Schnittgrößen von Schalenelementen



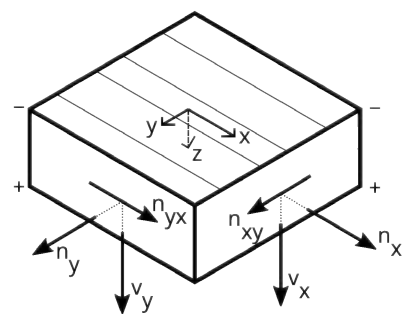
Schnittgrößen sind positiv, wenn sie Zugspannungen an der Flächenunterseite (z positiv) erzeugen.

b) Schnittmomente (pos. Schnittufer)



$$\begin{aligned} m_{yx} &= m_{xy} \\ m_{xx} &= m_x \\ m_{yy} &= m_y \end{aligned}$$

c) Schnittkräfte (pos. Schnittufer)

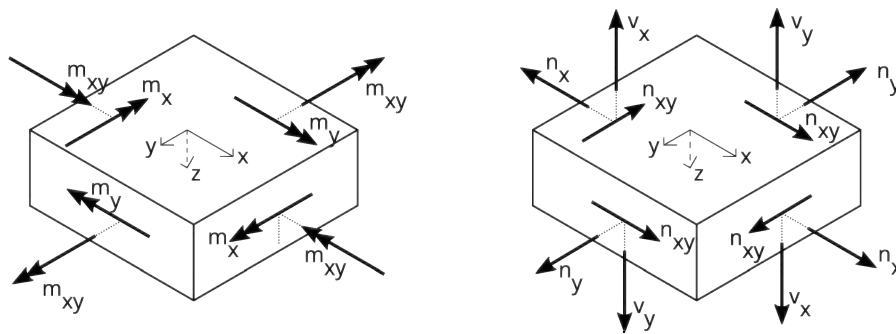


$$\begin{aligned} n_{xy} &= n_{yx} \\ n_{xx} &= n_x \\ n_{yy} &= n_y \end{aligned}$$

Abbildung 7.3 Schnittgrößen in flächigen Bauteilen nach den Konventionen gängiger FEM-Programme

Hinsichtlich der Vorzeichen wird festgelegt, dass Biegemomente positiv sind, wenn sie zu Zugspannungen an der positiven Flächenseite, also jener Seite mit der größeren z-Koordinate führen. Alle anderen Schnittgrößen sind positiv, wenn am positiven (rechten) Schnittufer die Spannungen die aus Ihnen resultieren in die positive Achsrichtung zeigen. Die positiven Richtungen an den negativen (linken) Schnittufern ergeben sich aus Gleichgewichtsgründen umgekehrt.

a) Schnittmomente (pos. und neg. Schnittufer) b) Schnittkräfte (pos. und neg. Schnittufer)

**Abbildung 7.4 Schnittgrößen der gegenüberliegenden Schnittufer**

7.2.3 Steifigkeiten

Die einzelnen Steifigkeitsanteile können aus den Netto-Querschnittswerten in den beiden Hauptrichtungen des Brettsperrholz-Elementes berechnet werden.

Die Steifigkeiten für Biegung EI_x und EI_y sowie Dehnung EA_x und EA_y sind für den starren Verbundquerschnitt zu berechnen. Die Steifigkeiten für Torsion $k_D GI_T$ und Schub in Scheibenebene $k_S GA_{brut}$ können aus dem Brutto-Querschnitt mit jeweils zugehörigen Abminderungsfaktoren bestimmt werden. Zur Ermittlung der Schubsteifigkeiten $\kappa_x GA_x$ und $\kappa_y GA_{s,y}$ sind die Schubkorrekturfaktoren nach Timoshenko κ_x und κ_y für die beiden Haupttragrichtungen zu berechnen.

Die Abminderungsfaktoren für die Ermittlung der Drillsteifigkeit und der Schubsteifigkeit in Scheibenebene wurden in Band 1 als jeweils einfacher Faktor unabhängig vom Elementaufbau vorgeschlagen. In ÖNORM B 1995-1-1:2015 findet sich ein genauerer Vorschlag, der den Einfluss von Längsfugen oder Längsrissen der Brettlagen berücksichtigt. Beide fußen auf der Arbeit von Silly, 2010.

Für die Drillsteifigkeit gilt

$$K_{xy} = k_D GI_T = k_D \cdot G_{0,mean} \cdot \frac{b \cdot d^3}{12} \quad (7.1)$$

$$k_D = \frac{1}{1 + 6 p_D \left(\frac{d_{max}}{a} \right)^{q_D}} \quad (7.2)$$

mit

- b Einheitsbreite des BSP-Elements ($b = 1 \text{ m}$)
- d Gesamtdicke des Brettsperrholzelementes
- d_{max} Dicke der dicksten Einzelschicht
- a mittlere Brettbreite; empfohlen wird die Festlegung mit $a = 150 \text{ mm}$.
- p_D, q_D Parameter für die Drillsteifigkeit nach Tabelle NA.K.4 der ÖNORM B 1995-1-1:2015

Parameter der Drillsteifigkeit

Parameter für die Drillsteifigkeit	Schichtanzahl		
	3s	5s	7s und mehr
p_D	0,89	0,67	0,55
q_D	1,33	1,26	1,23

Für die Schubsteifigkeit in Scheibenebene gilt

$$S_{xy}^* = k_S GA = k_S \cdot G_{0,mean} \cdot b \cdot d \quad (7.3)$$

$$k_S = \frac{1}{1 + 6 p_S \left(\frac{d_{max}}{a} \right)^{q_S}} \quad (7.4)$$

mit

b Einheitsbreite des BSP-Elements ($b = 1$ m)

d Gesamtdicke des Brettsper Holzelementes

d_{max} Dicke der dicksten Einzelschicht

a mittlere Brettbreite. Empfohlen wird die Festlegung mit $a = 150$ mm.

p_S, q_S Parameter für die Schubsteifigkeit nach Tabelle NA.K.4 der ÖNORM B 1995-1-1:2015

Parameter der Schubsteifigkeit

Parameter für die Schubsteifigkeit	Schichtanzahl	
	3s	5s, 7s und mehr
p_S	0,53	0,43
q_S	1,21	

7.2.4 Querschnittstragfähigkeit

Die Querschnittstragfähigkeiten für Biegung, Normalkraft und Schub können durch Umstellen der zugehörigen Spannungsnachweise auf das Niveau der Schnittgrößen ermittelt werden. Für die Ermittlung und den Nachweis der Torsionsschubspannungen sind zusätzliche Überlegungen erforderlich:



Abbildung 7.5 Angenommene Verteilung der Schubspannungen zufolge Torsion

Der Verlauf der Schubspannungen aus Torsion ist im Vergleich zu einem Stab mit Rechteckquerschnitt bei Platten über die Querschnittshöhe weitgehend linear, wie in

Abbildung 7.5 dargestellt. Daraus kann die Torsionstragfähigkeit $m_{R,T,d}$ aus dem Biege widerstandsmoment des Brutto-Querschnittes W ermittelt werden.

$$W_T = \frac{b \cdot d^2}{6}$$

$$m_{R,T,d} = W_T \cdot f_{v,d}$$

mit

b	100 cm (1 m - Plattenstreifen)
d	Gesamtdicke des Elements
$f_{v,d}$	Bemessungswert der Schubfestigkeit

7.2.5 Lasteinleitungsprobleme

Für die Untersuchung von Lasteinleitungsproblemen sind in manchen Fällen Modelle erforderlich, welche die Brettsper Holz-Elemente auch in Dickenrichtung abbilden.

Bei vorwiegend einachsiger Lastabtragung mit ebenen Spannungszuständen, wie beispielsweise bei Ausklinkungen, kann auf ein ebenes Modell aus homogenen Scheibenelementen zurückgegriffen werden. Dafür werden die einzelnen Brettlagen als Scheiben mit konstanter Dicke d definiert und mit den Baustoffkennwerten $E_{0,mean}$ und $G_{0,mean}$ für Längslagen sowie $E_{90,mean}$ und $G_{R,mean}$ für Querlagen versehen.

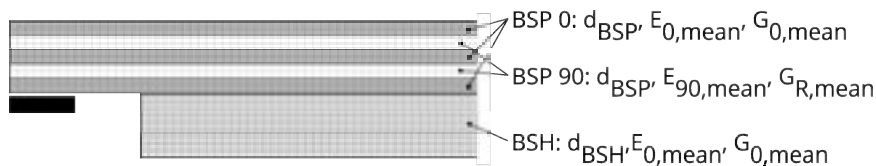


Abbildung 7.6 Scheibenmodell für eine Ausklinkung

Die räumliche Modellierung mittels Volumenelementen ist für baupraktische Zwecke in der Regel zu aufwändig.

7.2.6 Singularitäten

Sowohl bei Platten als auch bei Scheiben können aufgrund der Annahmen für das Rechenmodell Singularitäten der Verformungen und der Spannungen auftreten (Rombach, 2015).

Beispiele hierfür sind

- Öffnungen und einspringende Ecken bei Scheiben und Platten
- Punktlasten oder Punktlager bei Scheiben und Platten
- Stumpfe Ecken von Platten

Als Singularitäten bezeichnet man hier Ergebniswerte, die in einem Punkt gegen unendlich streben. Numerische Rechenmethoden, wie die Finite-Elemente-Methode, liefern auch in diesen Bereichen nur endliche Werte, wobei die Spannungsspitzen mit einer Verfeinerung der Netzteilung zunehmen.

Da es sich nur um ein Modellproblem handelt, ist eine „genaue“ Berechnung der Maximalwerte im Allgemeinen nicht erforderlich. Ein reales Tragwerk weist keine

Empfohlene
Netzteilung 15 cm bis 30 cm

Singularitäten auf. Die Spannungskonzentrationen werden durch Umlagerungen abgebaut.

In der Regel ist die Netzteilung für Bauteiluntersuchungen, also Platten oder Scheiben aus Brettsperrholz mit einer Elementgröße von einer mittleren Brettbreite von 15 cm bis etwa dem Doppelten, also 30 cm, sinnvoll. Zumindest sollten die Ränder jedes Elements in 6 Elemente geteilt werden. Je gröber das Finite-Element-Netz, desto geringer tritt der Einfluss von Singularitäten zu Tage.

Da für Brettsperrholz ein linear elastisches Materialverhalten angesetzt wird, ohne die Möglichkeit Spannungen plastisch umzulagern, sind die Einflüsse von Singularitäten mit rein numerischer Ursache zu tatsächlich auftretenden Kerbfällen, wie sie beispielsweise durch runde Öffnungen in Scheiben entstehen nicht immer klar abzugrenzen. Die Definition von elastischen Lagerungen und die Vergrößerung der Netzweite auf etwa 30 cm haben sich aber als praxisnah erwiesen.

Der sinnvollste Umgang mit Singularitäten ist die Integration der Ergebniswerte über einen Bereich nahe der Singularität. Durch Aufsummieren der theoretisch unendlichen Größen über relativ kleine Längen bleiben die Ergebnisse im Gleichgewicht mit den Einwirkungen und nehmen für die Bemessung sinnvolle Größen an.

7.3 BSP als orthotropes finites Element

Die einzelnen Steifigkeitsanteile für die Steifigkeitsmatrix des orthotropen Schalenelements werden für die Platte nach Mindlin-Reissner entsprechend Abschnitt 4.3.2 von Band 1 berechnet. Die Scheibenanteile werden nach Abschnitt 4.4.2 von Band 1 ermittelt und sind in diesem Kapitel zusammengefasst.

Beispiel 7.1 Kennwerte für die FEM-Berechnung

Angaben

Für ein Element aus Brettsperrholz sind die erforderlichen Steifigkeitsgrößen für die statische Berechnung und den anschließenden Nachweis der Tragfähigkeit auf Schnittgrößenniveau zu ermitteln. Dabei wird von einer allgemeinen Tragwirkung als Schalenelement, also mit einer möglichen Kombination von Platten- und Scheibenbeanspruchung ausgegangen.



BSP 150 L5s

Baustoffkennwerte und Abmessungen

$$E_{0,mean} = 11.550 \text{ N/mm}^2 \text{ [7.1]}$$

$$G_{0,mean} = 690 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{R,mean} = 65 \text{ N/mm}^2 \text{ [7.1]}$$

Die Dicke der einzelnen Lagen ist konstant

$$d_1 = d_i = 3 \text{ cm}$$

Die Gesamtdicke der Platte beträgt

$$d = 15 \text{ cm}$$

[7.1] lt.

ÖNORM B 1995-1-1:2015

Tabelle NA.K.3

Ermittlung der Plattensteifigkeiten**Biegesteifigkeit EI_x**

$$K_x = EI_0 = E_{0,mean} \cdot I_{0,net}$$

$$I_{0,net} = I_{eigen} + I_{steiner} = 3 \cdot \frac{b \cdot d_1^3}{12} + 2 \cdot b \cdot d_1 \cdot z_1^2 = 3 \cdot \frac{100 \cdot 3^3}{12} + 2 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 6^2 = 22.275 \text{ cm}^4$$

$$K_x = EI_0 = \frac{11.550}{10} \cdot \frac{22.275}{100^2} = 2.573 \text{ kNm}^2/\text{m}$$

Biegesteifigkeit in EI_y

$$K_y = EI_{90} = E_{0,mean} \cdot I_{90,net}$$

$$I_{90,net} = I_{eigen} + I_{steiner} = 2 \cdot \frac{b \cdot d_1^3}{12} + 2 \cdot b \cdot d_1 \cdot z_1^2 = 2 \cdot \frac{100 \cdot 3^3}{12} + 2 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 3^2 = 5.850 \text{ cm}^4$$

$$K_y = EI_{90} = \frac{11.550}{10} \cdot \frac{5.850}{100^2} = 676 \text{ kNm}^2/\text{m}$$

Drillsteifigkeit^[7.2]

$$K_{xy} = k_D \cdot GI_T = \frac{1}{1 + 6 \cdot p_D \left(\frac{d_{max}}{a} \right)^{q_D}} \cdot G_{0,mean} \cdot b \cdot \frac{d^3}{12}$$

$$p_D = 0,67$$

$$q_D = 1,26$$

$$K_{xy} = k_D \cdot GI_T = \frac{1}{1 + 6 \cdot 0,67 \left(\frac{3}{15} \right)^{1,26}} \cdot G_{0,mean} \cdot b \cdot \frac{d^3}{12}$$

$$K_{xy} = 0,654 \cdot \frac{690}{10} \cdot 100 \cdot \frac{15^3}{12} \cdot 100^{-2} = 127 \text{ kNm}^2/\text{m}$$

[7.2] Laut

ÖNORM B 1995-1-1:2015

(NA.K.2)

Manuelle Reduktion der
Drillsteifigkeit von BSP in
FEM-Software

Der Elementaufbau führt folglich zu einer Reduktion der Drillsteifigkeit des Brettsperrholzelements um den Faktor $k_D = 0,654$. In den meisten Software-Lösungen für allgemeine, geschichtet aufgebaute Querschnitte wird dieser Faktor nicht automatisch berücksichtigt und ist über eine entsprechende Einstellung manuell zu erfassen.

Schubsteifigkeit bei Beanspruchung durch $v_{x,z}$

Schubkorrekturfaktor nach Timoshenko

[7.3] Schubkorrekturfaktor für
G90/G0=65/690

$$\kappa_0 = 0,231 \quad [7.3]$$

Schubsteifigkeit

$$\begin{aligned} S_x &= GA_s = \kappa_0 \cdot \sum G_i \cdot A_i \\ &= \kappa_0 \cdot \left(3 \cdot G_{0,mean} \cdot b \cdot d + 2 \cdot G_{R,mean} \cdot b \cdot d \right) \\ S_x &= GA_s = 0,231 \cdot \left(3 \cdot \frac{690}{10} \cdot 100 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{65}{10} \cdot 100 \cdot 3 \right) = 15.246 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Schubsteifigkeit bei Beanspruchung durch $v_{y,z}$

Schubkorrekturfaktor

[7.4] Schubkorrekturfaktor für
G90/G0=65/690

$$\kappa_{90} = 0,179 \quad [7.4]$$

Schubsteifigkeit

$$\begin{aligned} S_y &= GA_s = \kappa_{90} \cdot \sum G_i \cdot A_i = \left(3 \cdot G_{R,mean} \cdot b \cdot d + 2 \cdot G_{0,mean} \cdot b \cdot d \right) \\ S_y &= GA_s = 0,179 \cdot \left(3 \cdot \frac{65}{10} \cdot 100 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{690}{10} \cdot 100 \cdot 3 \right) = 8.458 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Steifigkeitsmatrix für die Platte

$$C_{Platte} = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.573 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 676 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.951 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15.246 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8.458 \end{bmatrix}$$

K_x, K_y, K_{xy} in kNm^2/m ; S_x, S_y in kN/m

Ermittlung der Scheibensteifigkeiten

Dehnsteifigkeit in x-Richtung (Haupttragrichtung)

$$D_x = EA_0 = E_{0,mean} \cdot A_{0,net}$$

$$A_{0,net} = 3 \cdot b \cdot d = 3 \cdot 100 \cdot 3 = 900 \text{ cm}^2$$

$$D_x = EA_0 = \frac{11.550}{10} \cdot 900 = 1.039.500 \text{ kN/m}$$

Dehnsteifigkeit in y-Richtung (quer zur Haupttragrichtung)

$$D_y = EA_{90} = E_{0,mean} \cdot A_{90,net}$$

$$A_{90,net} = 2 \cdot b \cdot d = 2 \cdot 100 \cdot 3 = 600 \text{ cm}^2$$

$$D_y = EA_0 = \frac{11.550}{10} \cdot 600 = 693.000 \text{ kN/m}$$

Schubsteifigkeit in Scheibenebene

$$D_{xy} = \frac{1}{1 + 6 \cdot p_s \left(\frac{d_{max}}{a} \right)^{q_s}} \cdot G_{0,mean} \cdot b \cdot d$$

für fünflagige Elemente gilt:

$$p_s = 0,43$$

$$q_s = 1,21$$

$$D_{x,y} = \frac{1}{1 + 6 \cdot 0,43 \left(\frac{3}{15} \right)^{1,21}} \cdot G_{0,mean} \cdot b \cdot d = 0,731 \cdot \frac{690}{10} \cdot 100 \cdot 15 = 75.659 \text{ kN/m}$$

Steifigkeitsmatrix für die Scheibe

$$C_{Scheibe} = \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.039.500 & 0 & 0 \\ 0 & 693.000 & 0 \\ 0 & 0 & 75.659 \end{bmatrix}$$

D_x, D_y, D_{xy} in kN/m

Ermittlung der Tragwiderstände**Charakteristischer Wert des Tragsmoments in x-Richtung**

$$m_{R,x,k} = W_{0,net} \cdot k_{sys} \cdot f_{m,k}$$

$$W_{0,net} = \frac{I_{0,net}}{z_{1,o}} = \frac{22.275}{7,5} = 2.970 \text{ cm}^3$$

$$m_{R,x,k} = \frac{2.970 \cdot 1,1 \cdot \frac{24}{10}}{100} = 78,4 \text{ kNm/m}$$

Charakteristischer Wert des Tragsmoments in y-Richtung

$$m_{R,y,k} = W_{90,net} \cdot k_{sys} \cdot f_{m,k}$$

$$W_{90,net} = \frac{I_{90,net}}{z_{2,o}} = \frac{5.850}{4,5} = 1.300 \text{ cm}^3$$

$$m_{R,y,k} = \frac{1.300 \cdot 1,1 \cdot \frac{24}{10}}{100} = 34,3 \text{ kNm/m}$$

Charakteristischer Wert des Torsionstragmoments

Für Brettsper Holz als plattenförmiges Element wird angenommen, dass Torsionsmomente zu Schubspannungen mit linearem Verlauf über die Plattendicke führen. Torsion führt nach dieser Annahme nicht wie in Rechteckquerschnitten zu umlaufenden Torsionsschubspannungen sondern wird ausschließlich über Schubspannungen parallel zur Plattenebene mit annähernd linearem Verlauf über die Höhe abgetragen.

Der Torsionswiderstand entspricht dann dem Widerstandsmoment des Brutto-Querschnitts und ergibt sich zu

$$W_T = \frac{b \cdot d^2}{6} = \frac{100 \cdot 15^2}{6} = 3.750 \text{ cm}^3$$

$$m_{R,T,k} = W_T \cdot f_T = \frac{3.750}{100} \cdot \frac{2,5}{10} = 9,38 \text{ kNm/m}$$

Charakteristischer Wert der Tragquerkraft bei Beanspruchung durch $v_{x,z}$

Statisches Moment für die maximale Rollschubspannung

$$S_{R,0} = \sum b \cdot d_i \cdot z_i = b \cdot d_1 \cdot 2d_1 = 100 \cdot 3 \cdot 6 = 1.800 \text{ cm}^3$$

$$v_{R,x,k} = \frac{f_{V,R,k} \cdot I_0 \cdot b}{S_{R,0}} = \frac{\frac{1,1}{10} \cdot 22.275 \cdot 100}{1.800} = 136,1 \text{ kN/m}$$

Charakteristischer Wert der Tragquerkraft bei Beanspruchung durch $v_{y,z}$

Statisches Moment für die maximale Rollschubspannung

$$S_{R,90} = \sum b \cdot d_i \cdot z_i = b \cdot d_1 \cdot d_1 = 100 \cdot 3 \cdot 3 = 900 \text{ cm}^3$$

$$v_{R,y,k} = \frac{I_0 \cdot b}{S_{R,0}} \cdot f_{V,R,k} = \frac{5.850 \cdot 100}{900} \cdot \frac{1,1}{10} = 71,5 \text{ kN/m}$$

Charakteristischer Wert der Tragnormalkraft in x-Richtung**Zug**

$$n_{R,x,t,k} = A_{0,net} \cdot f_{t,0,k} = 900 \cdot \frac{14}{10} = 1.260 \text{ kN/m}$$

Druck

$$n_{R,x,c,k} = A_{0,net} \cdot f_{c,0,k} = 900 \cdot \frac{21}{10} = 1.890 \text{ kN/m}$$

Charakteristischer Wert der Tragnormalkraft in y-Richtung**Zug**

$$n_{R,y,c,k} = A_{90,net} \cdot f_{t,0,k} = 600 \cdot \frac{14}{10} = 840 \text{ kN/m}$$

Druck

$$n_{R,y,c,k} = A_{90,net} \cdot f_{c,0,k} = 600 \cdot \frac{21}{10} = 1.260 \text{ kN/m}$$

Charakteristischer Wert der Schubtragfähigkeit in Scheibenebene

$$n_{R,xy,k} = \min \begin{cases} f_{V,S,k} \cdot \min(A_{0,net}, A_{90,net}) & (a) \\ f_{V,T,k} \cdot \frac{\min(A_{0,net}, A_{90,net}) \cdot a}{3 \cdot d_{i,max}} & (b) \\ f_{V,k} \cdot A_{Brutto} & (c) \end{cases}$$

(a) Abscheren der einzelnen Bretter

(b) Torsion in den Klebefugen

(c) Abscheren des gesamten Querschnittes

mit

a ... mittlere Brettbreite (empfohlen $a = 150 \text{ mm}$)

$$n_{R,xy,k} = \min \begin{cases} \frac{5,0}{10} \cdot \min(100 \cdot 9; 100 \cdot 6) = 300 \text{ kN/m} & (a) \\ \frac{2,5}{10} \cdot \frac{\min(100 \cdot 9; 100 \cdot 6) \cdot 15}{3 \cdot 3} = 250 \text{ kN/m} & (b) \\ \frac{2,5}{10} \cdot 100 \cdot 15 = 375 \text{ kN/m} & (c) \end{cases}$$

$$n_{R,xy,k} = 250 \text{ kN/m}$$

Nachweise**Normalspannungen in Haupttragrichtung (x)**

$$\frac{m_{x,d}}{m_{R,x,d}} + \frac{n_{x,d}}{n_{R,x,d}} \leq 1$$

Normalspannungen in Nebentragrichtung (y)

$$\frac{m_{y,d}}{m_{R,y,d}} + \frac{n_{y,d}}{n_{R,y,d}} \leq 1$$

Schubspannungen

Die Überlagerung der Schubspannungen erzeugenden Schnittgrößen folgt allgemeinen Betrachtungen der Baumechanik und entspricht sinngemäß der Überlagerung nach ÖNORM B 1995-1-1:2015, Gleichung NA.6.15-E1.

$$\sqrt{\left(\frac{v_{x,d}}{v_{R,x,d}}\right)^2 + \left(\frac{v_{y,d}}{v_{R,y,d}}\right)^2} + \frac{m_{xy,d}}{m_{R,xy,d}} + \frac{n_{xy,d}}{n_{R,xy,d}} \leq 1$$

Beispiel 7.2 Liniengelagerte Dachplatte mit beidseitigem Überstand

Angaben

Abmessungen der Dachplatte laut Abbildung 7.7. Die Decklagen der Deckenplatte BSP 150 L5s (30l-30w-30l-30w-30l) verlaufen in Richtung der eingetragenen Haupttragrichtungen. Die Auskragung des Daches beträgt 1,25 m in die Haupttragrichtung und 1,0 m normal dazu. Die linienförmige Lagerung wird durch eine 3 m hohe Wand aus BSP 90 Q3s (30l-30w-30l) gebildet.

Nutzungsklasse: NKL 1

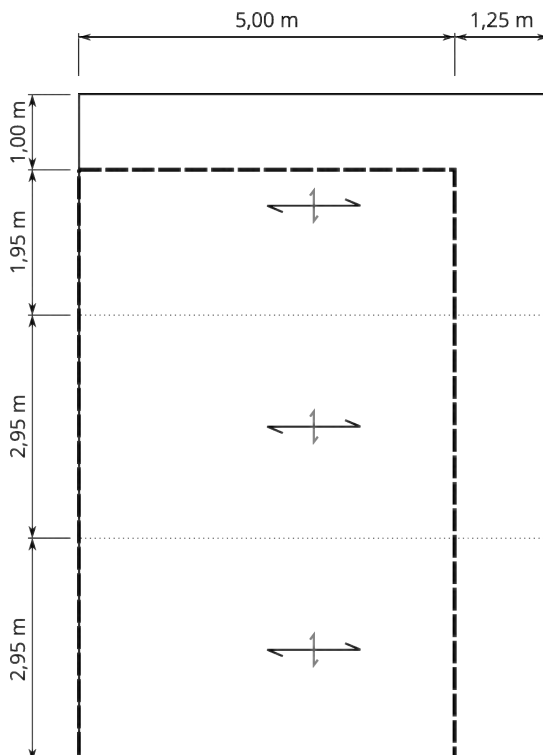


Abbildung 7.7: Abmessungen der Deckenplatte

Einwirkungen

$g_k = 1,60 \text{ kN/m}^2$ (ständige Lasten)

$s_k = 1,35 \text{ kN/m}^2$ (Schneelast am Dach aus dem Tabellenwert für Graz.

$$s_{\text{Boden},k} = 1,65 \text{ kN/m}^2. s_k = \mu_1 \cdot s_{\text{Boden},k} = 0,8 \cdot 1,65 \approx 1,35 \text{ kN/m}^2$$

Lastkategorie: Schnee unter 1000 m Seehöhe)

$n_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$ (Nutzlasten am Dach, Kategorie H)

Statische Berechnung

Lastbeiwerte

Der Verformungsbeiwert beträgt für Brettspertholz in der Nutzungsklasse NKL 1

$$k_{\text{def}} = 0,8.$$

[AT]
ÖNORM B 1995-1-1:2015,
Tabelle NA.K.2

Die Lastbeiwerte für die beiden Lastanteile sind:

Für ständige Lasten g_k : $k_{mod} = 0,6$ und für Schneelasten s_k unter 1000 m Seehöhe:
Lastdauer kurz: $k_{mod} = 0,9$, $\psi_2 = 0,0$

[AT]
ÖNORM B 1995-1-1:2015,
Tabelle NA.K.1

Definition des statischen Modells

Für die Berechnung als Platte werden als Systemfreiheitsgrade die vertikale Durchbiegung u_z , die Verdrehung um die x-Achse φ_x und die Verdrehung um die y-Achse φ_y gewählt. Die verbleibenden drei Freiheitsgrade sind für die Berechnung von Platten nicht von Interesse.

Die Dachplatte wird als gesamtes System, also aus der beidseitig auskragenden Platte und ihren benachbarten Platten definiert. Damit wird der Einfluss der Fugenausbildung im baustatischen Modell berücksichtigt. Die Decklagen der einzelnen Platten entsprechen der lokalen x-Richtung. Die Stoßfugen werden als ideale Liniengelenke definiert. Die Lagerung durch die Wände wird durch Linienlager in der Wandmittellachse mit vertikaler Federlagerung modelliert. Im Rahmen der FEM-Rechnung kann die Steifigkeit der Wand aus $c = \frac{EA}{h}$ ermittelt werden. Durch die federnde Lagerung wird der Einfluss der Singularität und damit der lokale Anstieg der Auflagerdrücke im Eck der beiden Außenwände reduziert. Für die Wand BSP 90-Q3s (30l-30w-30l) mit $h = 3$ m Höhe ergibt sich die Steifigkeit pro Laufmeter Wand zu:

$$c = \frac{E \cdot b \cdot \sum d_x}{h} = \frac{11.550/10 \cdot 100 \cdot 6}{3} = 231\,000 \text{ kN/m}^2$$

Für das Finite-Element-Modell der Platten werden orthotrope Mindlin-Reissner-Elemente verwendet. Das Verhalten der Platten ist durch die einzelnen Glieder der Steifigkeitsmatrix aus Abschnitt 7.2.3 festgelegt. Die Teilung des FE-Netzes wurde mit einer Kantenlänge von 15 cm je FEM-Element festgelegt.

Die Einwirkungen g_k und s_k werden als separate Lastfälle definiert und jeweils als Volllast über die gesamte Fläche aufgestellt. Nutzlasten der Kategorie H am Dach n_k sind nicht zugleich mit der Schneelast aufzustellen. Ein Vergleich der Einhüllenden aus der ungünstigen Überlagerung der feldweise wirkenden Nutzlasten zeigt, dass hier die Schneelast als Volllast maßgebend ist.

Ergebnisse der statischen Berechnung

Für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit GZG wird die Anfangsdurchbiegung mit

$$u_{inst} = u_{g,k} + u_{s,k} \leq \frac{l}{300}$$

[AT]
ÖNORM B 1995-1-1:2015,,
Tabelle NA.7.2

beschränkt, wobei hier auch das Eigengewicht g_1 als Teil der ständigen Lasten voll berücksichtigt ist. Der Nachweis der Enddurchbiegung folgt mit:

$$u_{net,fin} = (u_{g,k} + \psi_2 \cdot u_{s,k})(1 + k_{def}) \leq \frac{l}{250}$$

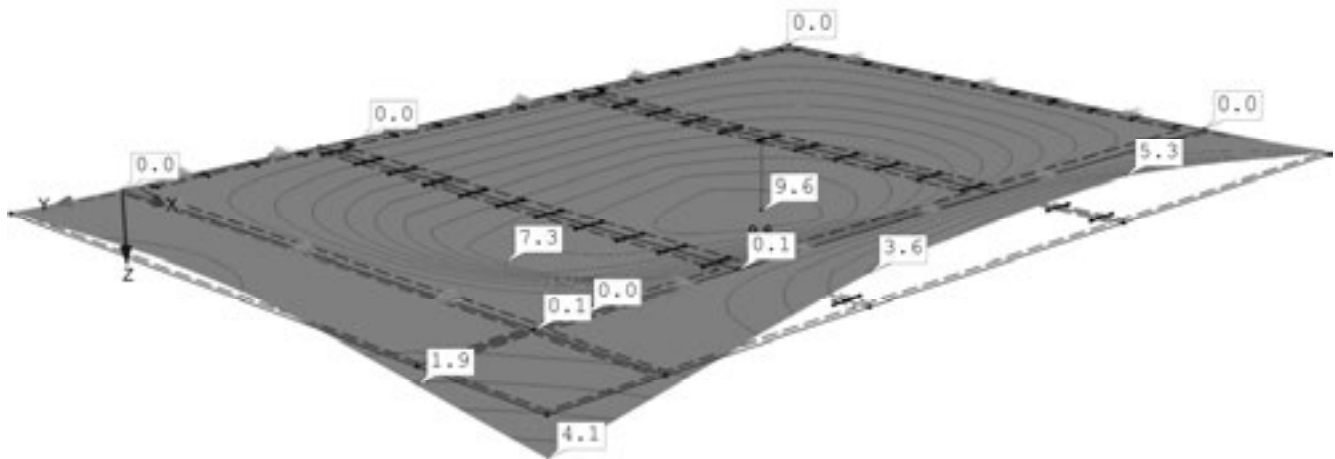
[AT]
ÖNORM B 1995-1-1:2015,
Tabelle NA.7.2

Die Ergebnisse der Lastfälle werden im Grenzzustand der Tragfähigkeit GZT zu

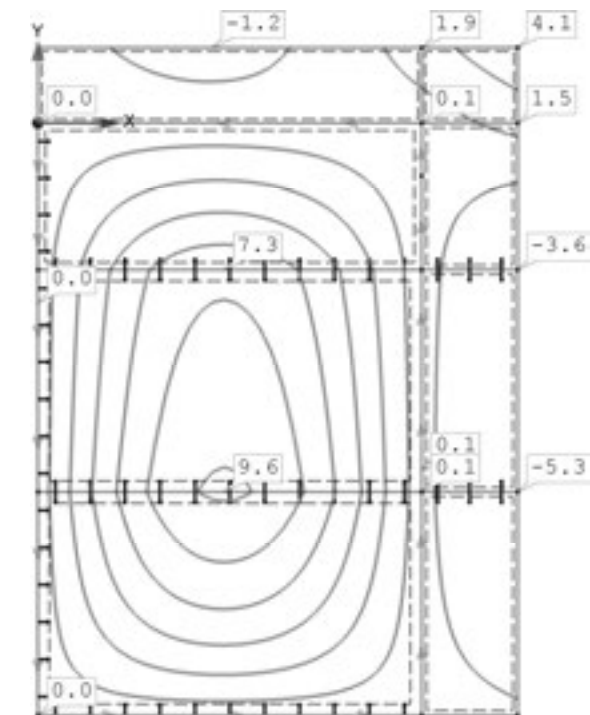
$$E_d = \gamma_G \cdot E_{g,k} + \gamma_Q \cdot E_{s,k} \text{ kombiniert.}$$

Die Ergebnisse der statischen Berechnung mittels Finite-Element-Methode werden auf den Folgeseiten graphisch mittels Isolinien bzw. in Schnitten dargestellt.

a) Verformte Figur – Perspektive u_{inst} [mm]

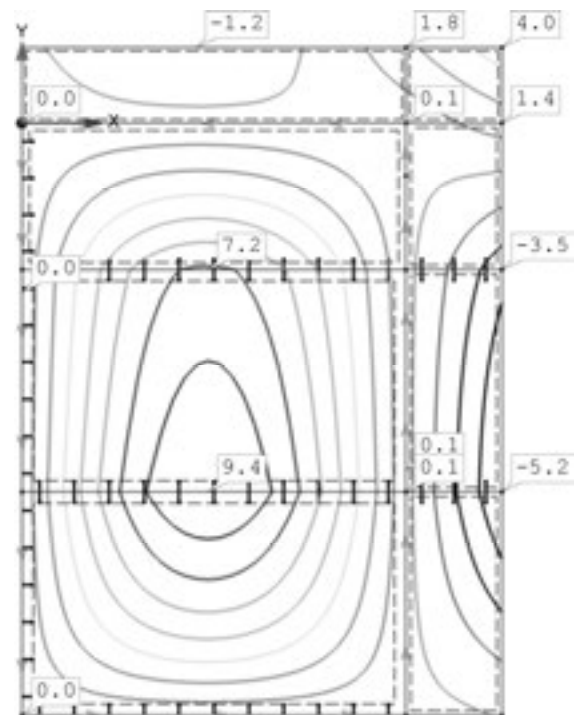


b) Anfangsdurchbiegungen u_{inst} [mm]



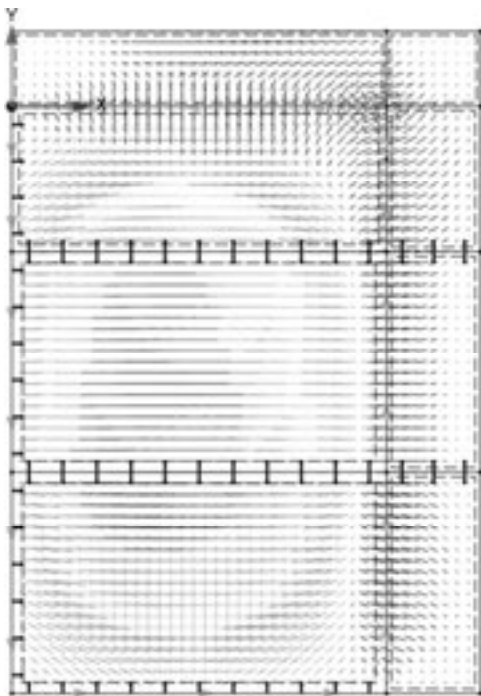
$\max u_{inst} = 4,1 \text{ mm}$

c) Enddurchbiegungen $u_{net,fin}$ [mm]

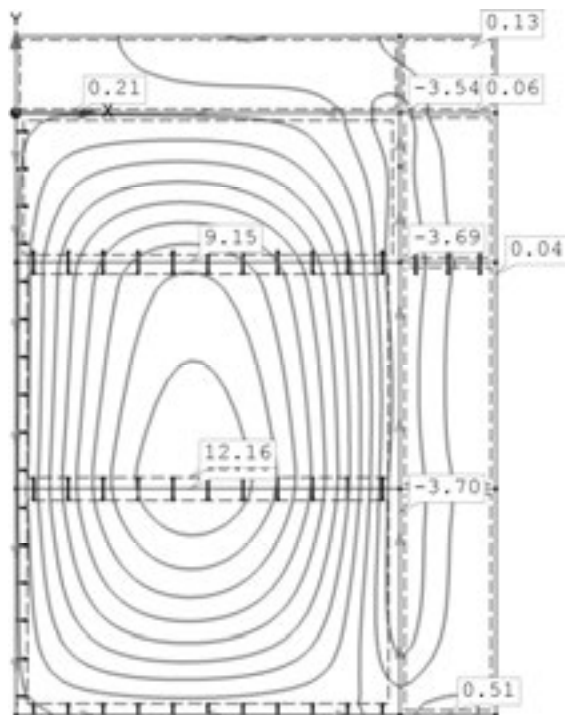


$\max u_{net,fin} = 4,0 \text{ mm}$

d) Trajektorien der Hauptmomente



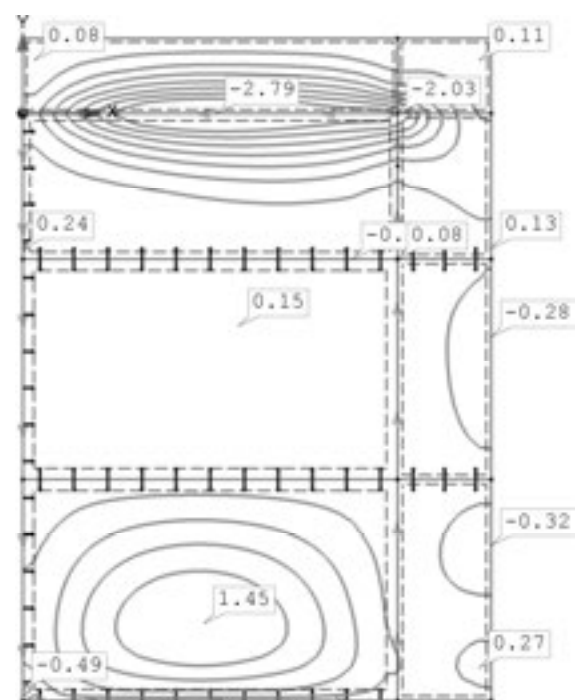
e) Biegemomente m_x [kNm/m]



$$\min m_{x,d} = -3,70 \text{ kNm}$$

$$\max m_{x,d} = 12,16 \text{ kNm}$$

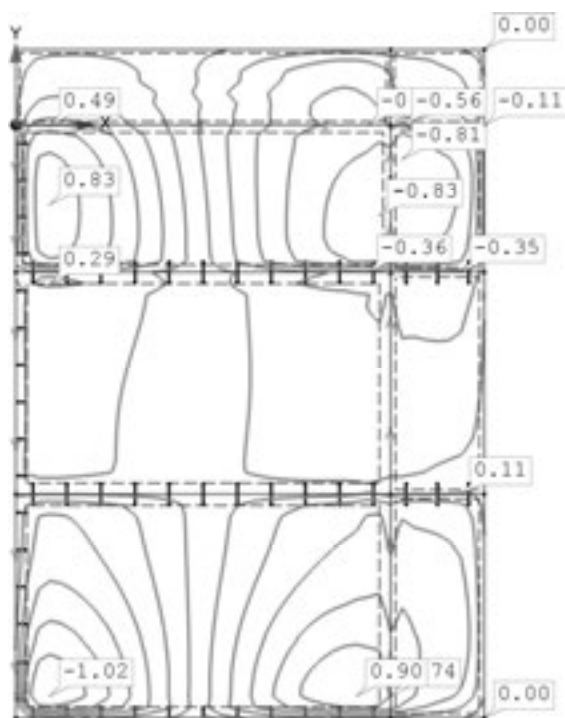
f) Biegemomente m_y [kNm/m]



$$\min m_{y,d} = -2,79 \text{ kNm}$$

$$\max m_{y,d} = 1,45 \text{ kNm}$$

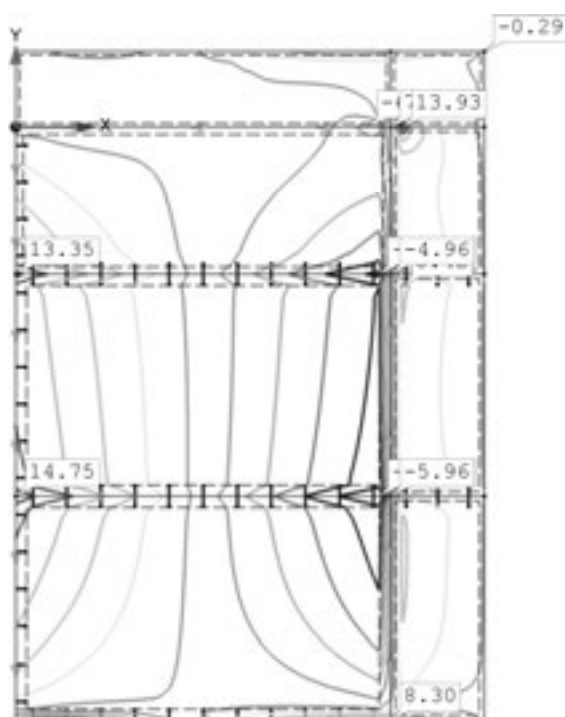
g) Drillmomente m_{xy} [kNm/m]



$$\min m_{xy,d} = -1,02 \text{ kNm}$$

$$\max m_{xy,d} = 0,90 \text{ kNm}$$

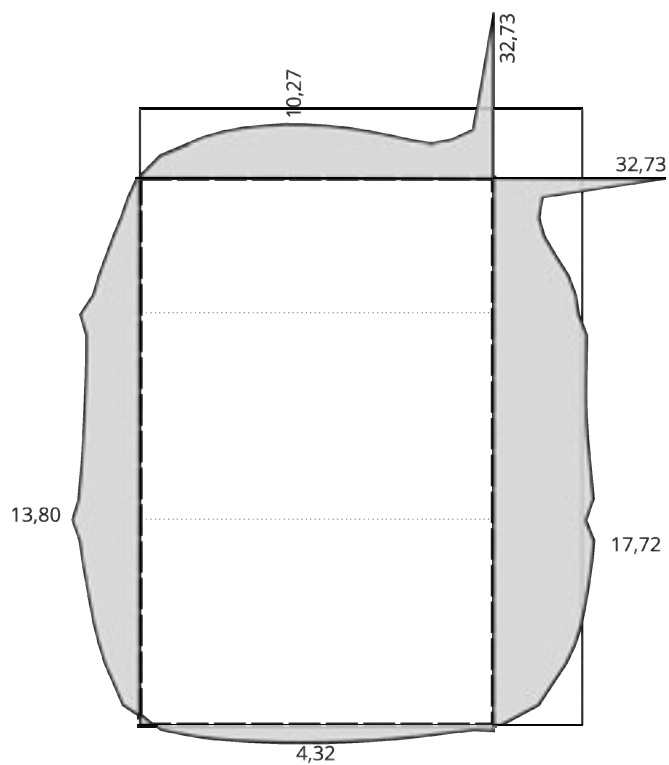
i) Querkraft v_x [kN/m]



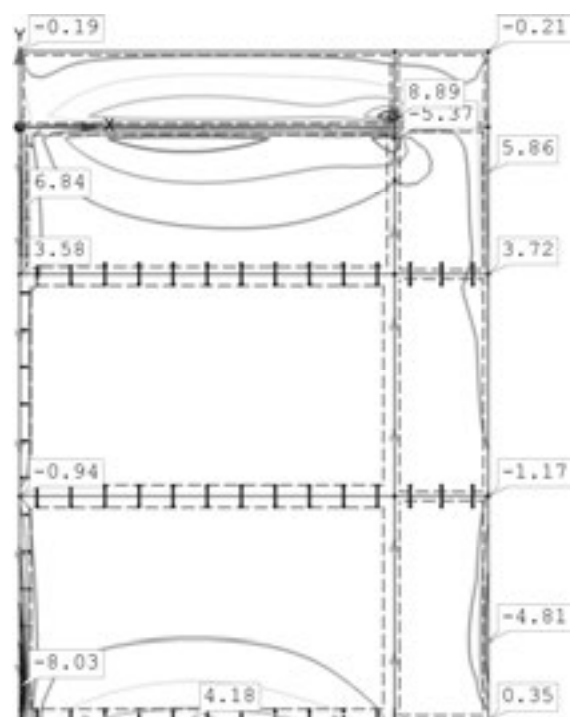
$$\min v_{x,d} = -14,47 \text{ kN/m}$$

$$\max v_{x,d} = 14,75 \text{ kN/m}$$

h) Auflagerkräfte [kN/m]

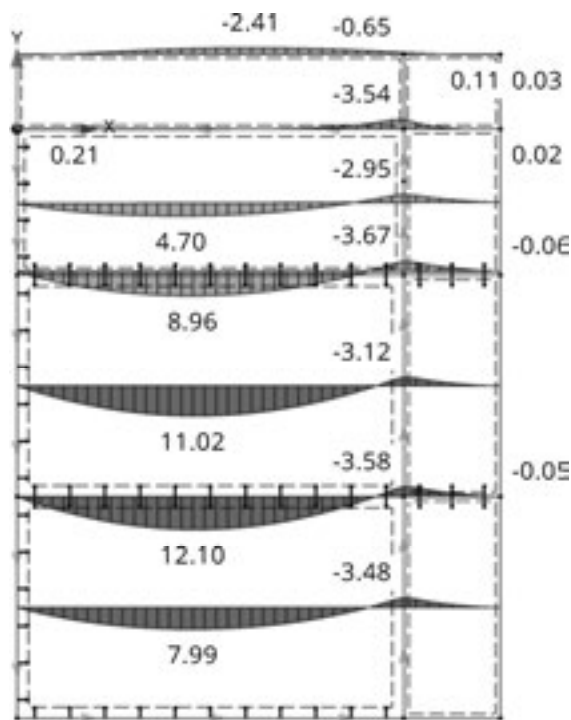
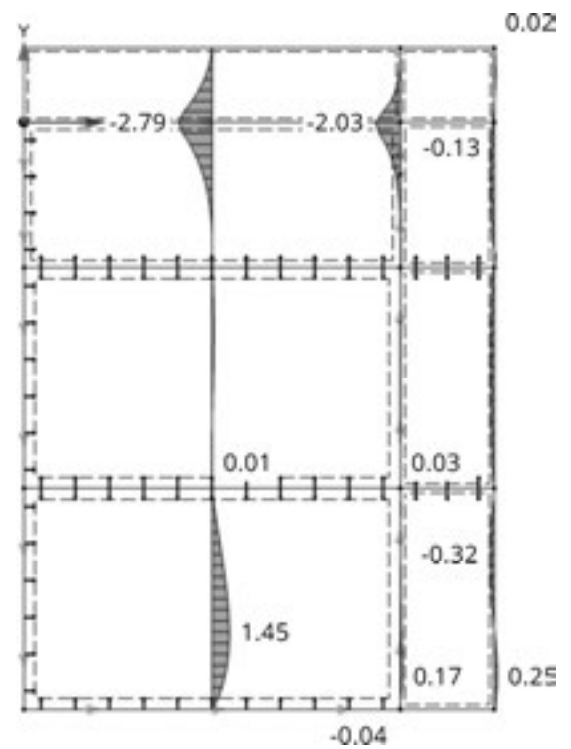
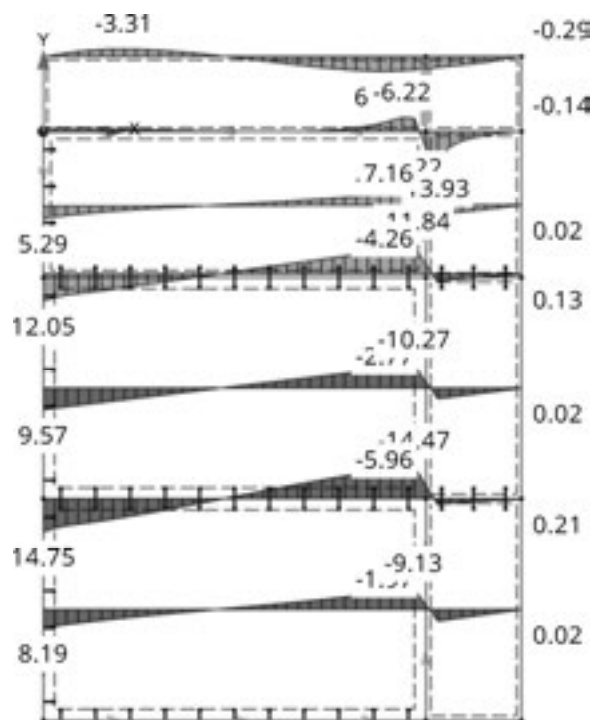
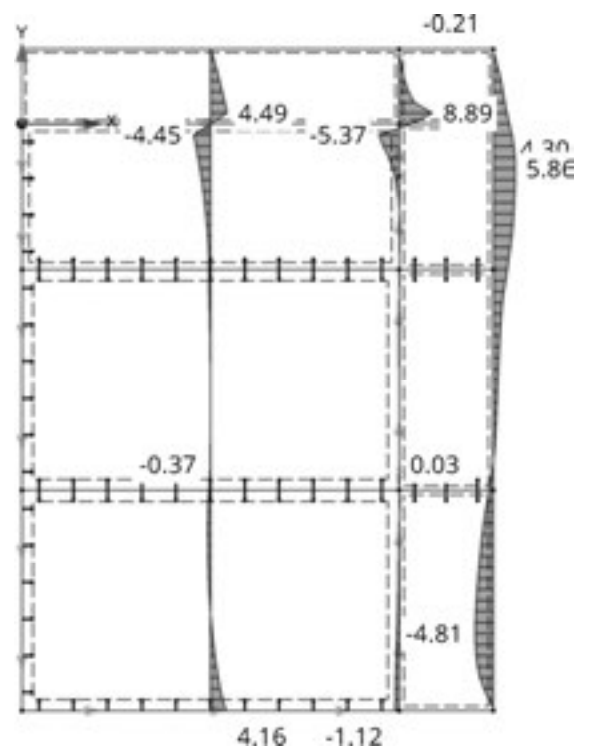


j) Querkraft v_y [kN/m]



$$\min v_{y,d} = -8,03 \text{ kN/m}$$

$$\max v_{y,d} = 8,89 \text{ kN/m}$$

k) Biegemoment m_x in Schnitten

l) Biegemoment m_y in Schnitten

m) Querkraft v_x in Schnitten

n) Querkraft v_y in Schnitten


Nachweise

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit GZG

Durchbiegung an der auskragenden Ecke

Als Bezugslänge für die Durchbiegungsbeschränkung wird die Länge entlang der Diagonale herangezogen

- Nachweis der Anfangsdurchbiegung**

$$\max u_{inst} \leq w_{inst,zul}$$

$$w_{inst,zul} = \frac{l}{300} = \frac{\sqrt{c_x^2 + c_y^2}}{300} = \frac{\sqrt{1.250^2 + 1.000^2}}{300} = \frac{1600}{300} = 5,3 \text{ mm}$$

$$4,1 \text{ mm} \leq 5,3 \text{ mm}$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 78 \%$)

- Nachweis der Enddurchbiegung**

$$w_{net,fin,zul} = \frac{l}{250} = \frac{1600}{250} = 6,4 \text{ mm}$$

$$\max u_{net,fin} \leq w_{net,fin,zul}$$

$$4,0 \leq 6,4 \text{ mm}$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 63 \%$)

Grenzzustände der Tragfähigkeit GZT

Die maßgebende Einwirkungskombination ist im vorliegenden Beispiel für alle Bemessungsschnittgrößen $g + s$ mit $k_{mod} = 0,9$.

Die charakteristischen Werte der Querschnittswiderstände wurden in Abschnitt 7.3 ermittelt.

Der Teilsicherheitsbeiwert für Brettsper Holz beträgt $\gamma_M = 1,25$.

- Nachweis der Biegemomente m_x**

Die Auskrugung ist für diese Biegebeanspruchung um die starke Achse nicht bemessungsrelevant. Das maßgebende Feldmoment beträgt

$$\max m_{x,d} = 12,16 \text{ kNm/m.}$$

$$m_{x,d} \leq m_{R,x,d} = k_{mod} \cdot \frac{m_{R,x,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{78,4}{1,25} = 56,45 \text{ kNm/m}$$

$$12,16 \leq 56,45 \text{ kNm/m}$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 22 \%$)

- **Nachweis der Biegemomente m_y**

$$\min m_{y,d} = -2,79 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y,d} \leq m_{R,y,d} = k_{mod} \cdot \frac{m_{R,y,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{34,3}{1,25} = 24,7 \text{ kNm/m}$$

$$2,79 \leq 24,70 \text{ kNm/m}$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 12 \%$)

- **Nachweis der Schubspannungen**

- Torsionsmomente m_{xy}

Das betragsmäßig größte Torsionsmoment ergibt sich zu $\min m_{xy,d} = -1,02 \text{ kNm}$ im Bereich der dreiseitig gelagerten Platte am Ende ohne Auskragung.

- Querkräfte v_x

$$v_{x,d} = 13,93 \text{ kN/m im Bereich der Auskragung}$$

$$v_{x,d} = 14,75 \text{ kN/m im Bereich der Auflagerung im Feld}$$

- Querkräfte v_y

$$v_{y,d} = 8,89 \text{ kN/m im Bereich der Auskragung}$$

$$v_{y,d} = 8,03 \text{ kN/m im Bereich der Auflagerung im Feld}$$

- Interaktion der Schnittgrößen

Für die Interaktion werden hier die maximalen Schnittgrößen ohne Berücksichtigung ihres Ortes überlagert.

$$v_{R,x,k} = 136,1 \text{ kN/m}$$

$$v_{R,y,k} = 71,5 \text{ kN/m}$$

$$\sqrt{\left(\frac{v_{x,d}}{v_{R,x,d}}\right)^2 + \left(\frac{v_{y,d}}{v_{R,y,d}}\right)^2} + \left(\frac{m_{xy,d}}{m_{R,xy,d}}\right) \leq 1$$

$$\sqrt{\left(\frac{v_{x,d}}{k_{mod} \cdot \frac{v_{R,x,k}}{\gamma_M}}\right)^2 + \left(\frac{v_{y,d}}{k_{mod} \cdot \frac{v_{R,y,k}}{\gamma_M}}\right)^2} + \left(\frac{m_{xy,d}}{k_{mod} \cdot \frac{m_{R,xy,k}}{\gamma_M}}\right) \leq 1$$

$$\sqrt{\left(\frac{14,75}{0,9 \cdot \frac{136,1}{1,25}}\right)^2 + \left(\frac{8,89}{0,9 \cdot \frac{71,5}{1,25}}\right)^2} + \left(\frac{1,02}{0,9 \cdot \frac{9,38}{1,25}}\right) \leq 1$$

$$\sqrt{0,0227 + 0,0298} + 0,15 \leq 1$$

$$0,229 + 0,15 \leq 1$$

$$0,38 \leq 1$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 38 \%$)

- **Nachweis der Auflagerpressung**

Im außenliegenden Eck liegt eine Singularität vor. Rechnerisch streben die Auflagerkräfte am Eckpunkt ins Unendliche. Die Wahl der Elementgröße von 15 cm bringt praxisnahe Ergebnisse. Da die Tragfähigkeit bei einer Auflagerpressung ausreichend hoch ist, wird auf einen Ausgleich der Auflagerkräfte durch Mitteln über einen Bereich von etwa 30 cm in beide Richtungen verzichtet.

Wird im Modell statt einer elastischen Linienlagerung eine starre Lagerung angesetzt, so erhöht sich der Spitzenwert der Auflagerkraft um etwa 38%. Wird über eine Länge von 30 cm gemittelt, ist der Mittelwert bei starrer Lagerung nur etwa 6% höher.

$$\max a_d = 32,73 \text{ kN/m}$$

$$b_{ef} = 9 \text{ cm}$$

$$f_{c,90,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Bemessungswert der Auflagertragfähigkeit beträgt

$$a_{R,d} = b_{ef} \cdot k_{c,90} \cdot f_{c,90,d} = b_{ef} \cdot k_{c,90} \cdot k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M}$$

Querdruckbeiwert $k_{c,90}$

Die tragende Wand befindet sich im Innenbereich der Decke.

Die Breite der Pressungsfläche wird gemäß Abschnitt 6.3 festgelegt:

$$b_{90,ef} = 9 \text{ cm}$$

Querdruckbeiwert nach Tabelle 4-2:

$$k_{c,90} = 1,8$$

Der Bemessungswert des Widerstandes der Auflagerpressung beträgt:

$$a_{R,d} = A_{90,ef} \cdot k_{c,90} \cdot k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 100 \cdot 9 \cdot 0,9 \cdot \frac{3,0}{10 \cdot 1,25} = 202 \text{ kN/m}$$

Der Nachweis auf Niveau der Auflagerlast pro Laufmeter lautet:

$$a_d \leq a_{R,d}$$

$$32,73 \text{ kN/m} \leq 202 \text{ kN/m}$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 16 \%$)

Beispiel 7.3 Vordach mit Punktlagerung

Gegeben:

Dachplatte mit einseitiger Linienlagerung und Punktstützung auf der gegenüberliegenden Seite laut Abbildung 7.8.

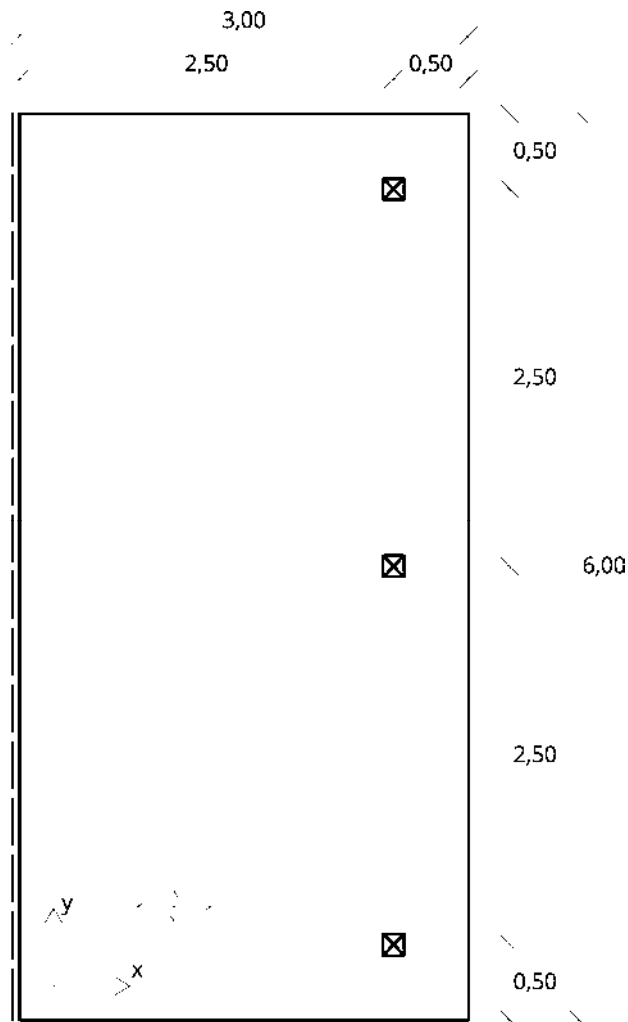


Abbildung 7.8 Punktgestützte Dachplatte

Element: BSP 150 L5s (30l-30w-30l-30w-30l); $k_{mod} = 0,9$

Materialsystem laut Abschnitt 3.1

Gesucht:

Ermittlung der Schnittgrößen mittels FEM-Methode

Schnittgrößen für den Nachweis des Mittelaufagers

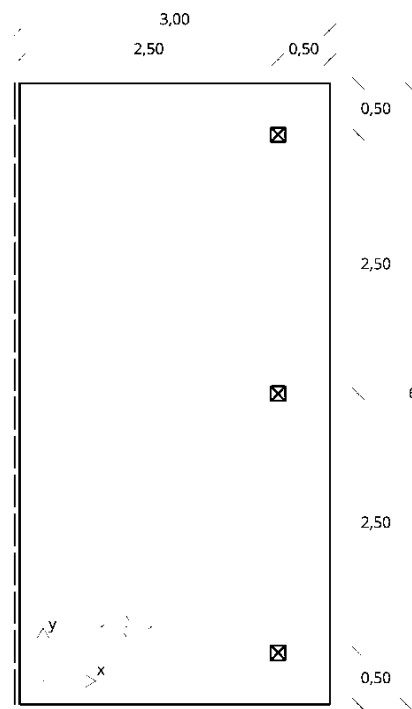


Abbildung 7.9 System

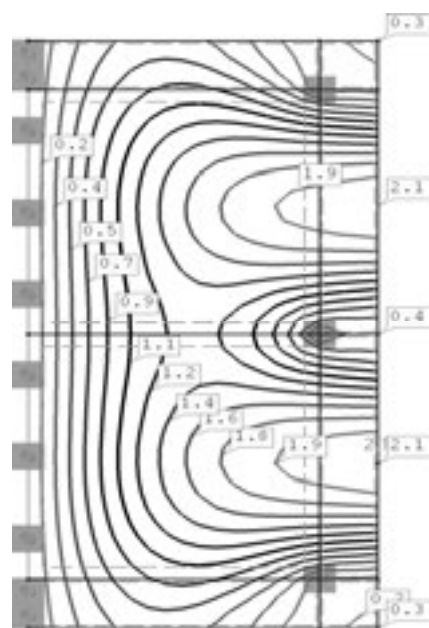


Abbildung 7.10 Verformungen
 u_{inst}

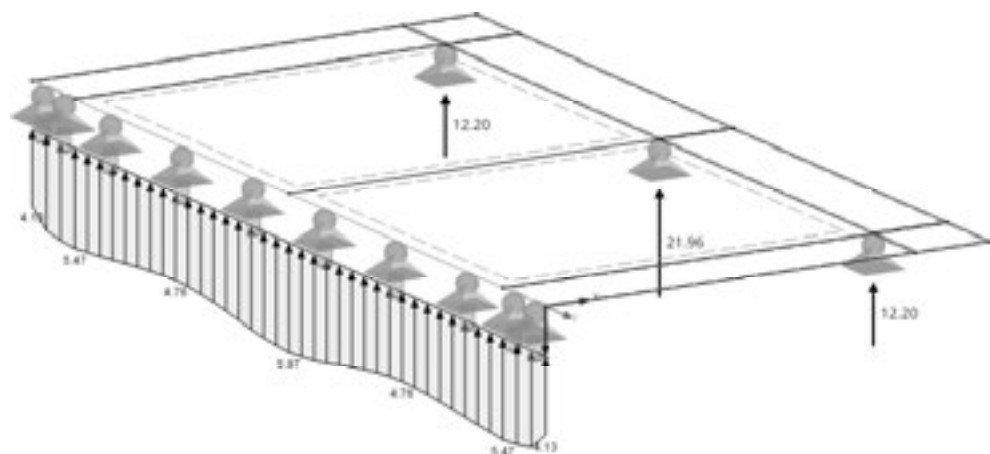


Abbildung 7.11 Lagerreaktionen

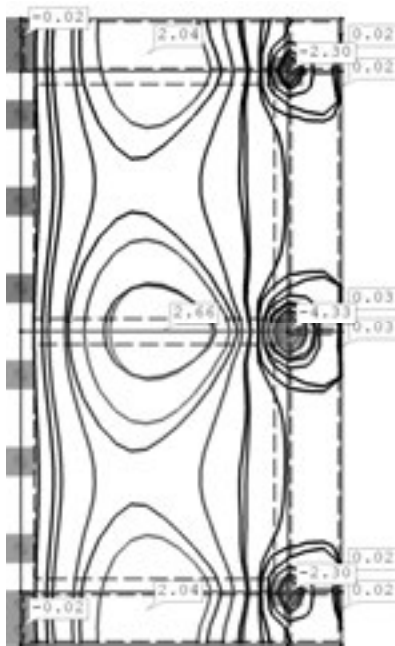


Abbildung 7.12 $\min m_x$ und $\max m_x$

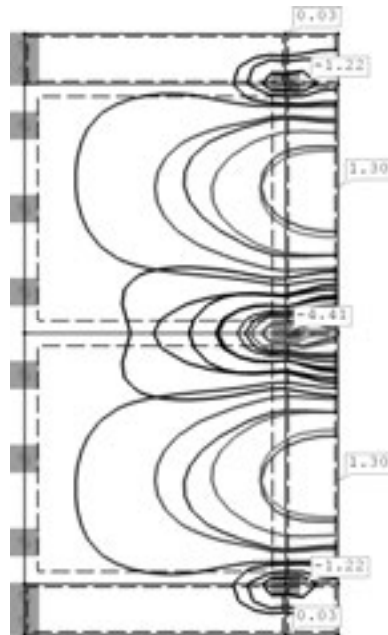


Abbildung 7.13 $\min m_y$ und $\max m_y$

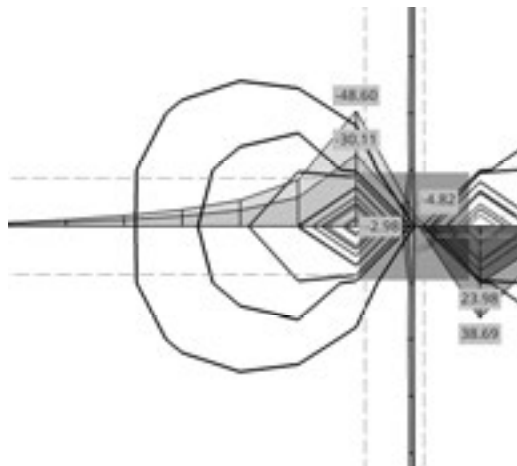


Abbildung 7.14 $\min v_x$ und $\max v_x$ im Bereich des Mittelaufagers (Iso-Linien und Schnitte)

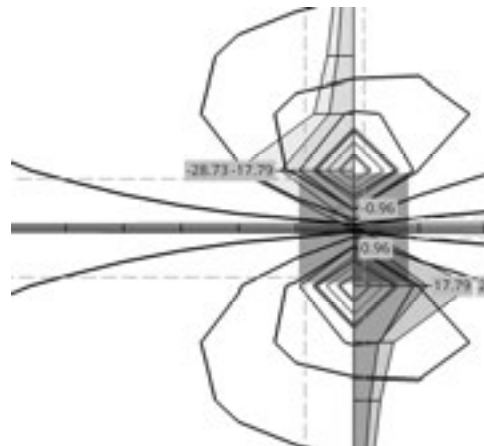


Abbildung 7.15 $\min v_y$ und $\max v_y$ im Bereich des Mittelaufagers (Iso-Linien und Schnitte)

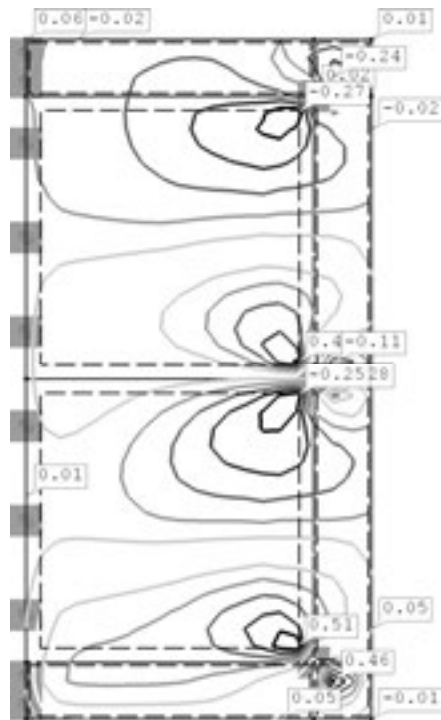


Abbildung 7.16 $\max m_{xy}$

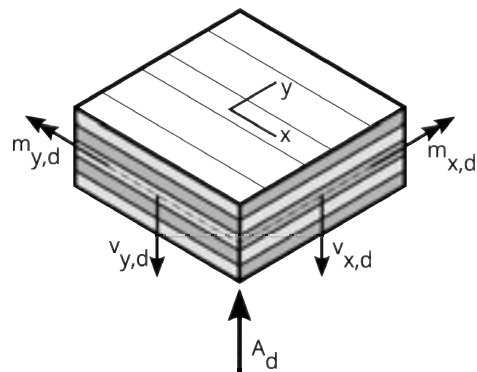


Abbildung 7.17 Schnittgrößen am Deckenelement über dem Mittelaufleger

Die Bemessungswerte der Schnittgrößen am Mittelaufleger im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind in Abbildung 7.17 bezeichnet und im Folgenden zusammengefasst.

$$A_d = 21,96 \text{ kN}$$

$$m_{x,d} = -4,33 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y,d} = -4,41 \text{ kNm/m}$$

$$m_{xy,d} = 0,06 \text{ kNm/m}$$

$$v_{x,d} = \begin{bmatrix} -48,60 \text{ kN/m} \\ 38,69 \text{ kN/m} \end{bmatrix}$$

$$v_{y,d} = \begin{bmatrix} 28,73 \text{ kN/m} \\ -28,73 \text{ kN/m} \end{bmatrix}$$

$$k_{mod} = 0,9$$

Nachweise

Nachweis der Auflagerpressung (Querdruk)

$$k_{c,90} = 1,80$$

$$A_{R,d} = 1,80 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 0,9 \cdot \frac{3,0}{10 \cdot 1,25} = 76,2 \text{ kN}$$

$$A_d \leq A_{R,d}$$

$$21,96 \text{ kN} \leq 76,2 \text{ kN}$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 28 \%$)

Nachweis der Schubspannungen v_x

$$\tau_{r,x,d} = \frac{v_{x,d} \cdot S_y(z = 45 \text{ mm})}{I_{0,net}} = \frac{-48,60 \cdot 1.000 \cdot 30 \cdot 60}{22.275 \cdot 10^4} = -0,39 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{r,x,d} \leq f_{V,R,d} = 0,9 \cdot \frac{1,1}{1,25} = 0,79 \text{ N/mm}^2$$

$$0,39 \text{ N/mm}^2 \leq 0,79 \text{ N/mm}^2$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 49 \%$)

Nachweis der Schubspannungen v_y

$$\tau_{r,y,d} = \frac{v_{y,d} \cdot S_y(z = 15 \text{ mm})}{I_{90,net}} = \frac{-28,73 \cdot 1.000 \cdot 30 \cdot 30}{5.850 \cdot 10^4} = -0,44 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{r,y,d} \leq f_{V,R,d} = 0,9 \cdot \frac{1,1}{1,25} = 0,79 \text{ N/mm}^2$$

$$0,44 \text{ N/mm}^2 \leq 0,79 \text{ N/mm}^2$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 56 \%$)

Nachweis der Biegemomente m_x

$$\sigma_{x,d} = \frac{m_{x,d} \cdot t_{CLT} / 2}{I_{0,net}} = \frac{-4,33 \cdot 1.000 \cdot 1.000 \cdot 75}{22.275 \cdot 10^4} = -1,46 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,d} \leq f_{m,d} = 0,9 \cdot \frac{24,0}{1,25} = 17,28 \text{ N/mm}^2$$

$$1,46 \text{ N/mm}^2 \leq 17,28 \text{ N/mm}^2$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 8 \%$)

Nachweis der Biegemomente m_y

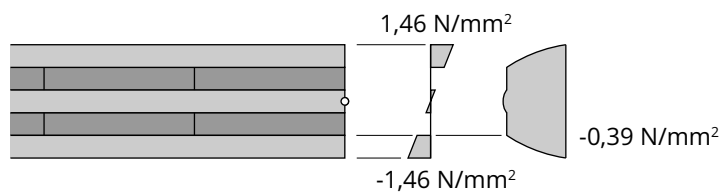
$$\sigma_{y,d} = \frac{m_{y,d} \cdot \left(\frac{t_{CLT}}{2} - t_1 \right)}{I_{90,net}} = \frac{-4,41 \cdot 1.000 \cdot 1.000 \cdot (75 - 30)}{5.850 \cdot 10^4} = -3,39 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{y,d} \leq f_{m,d} = 0,9 \cdot \frac{24,0}{1,25} = 17,28 \text{ N/mm}^2$$

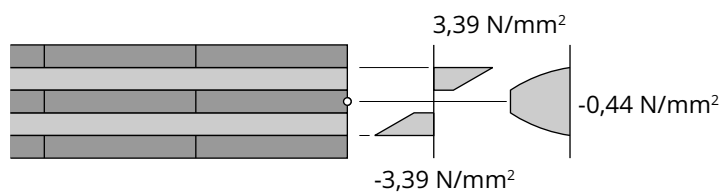
$$3,39 \text{ N/mm}^2 \leq 17,28 \text{ N/mm}^2$$

✓ Nachweis erfüllt ($\eta = 20 \%$)

Biege- und Schubspannungen in x-Richtung



Biege- und Schubspannungen in y-Richtung



8 Erratum und Ergänzungen zu Band 1

8.1 Erratum

8.1.1 Bemessungswert der Einwirkung (Tragfähigkeit)

Formel (3.1) lautet richtig

$$E_d = \sum \gamma_G \cdot E_{G,i,k} + \gamma_Q \cdot E_{Q,1,k} + \sum \psi_0 \cdot \gamma_Q \cdot E_{Q,i,k} \quad (3.1)^*$$

8.1.2 Herausziehen von Schrauben

Die Schraubenpaare in Abbildung 9-13* und 9-14* sollten zueinander einen Abstand von $2,5 \cdot d$ aufweisen.

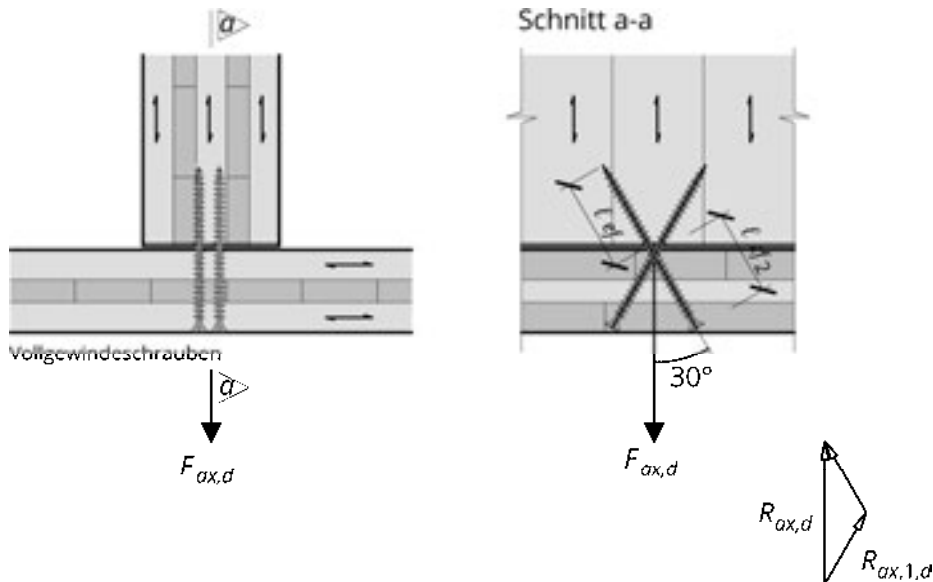


Abbildung 9-13* Aufhängung mittels in Wandebene geneigter Vollgewindeschrauben

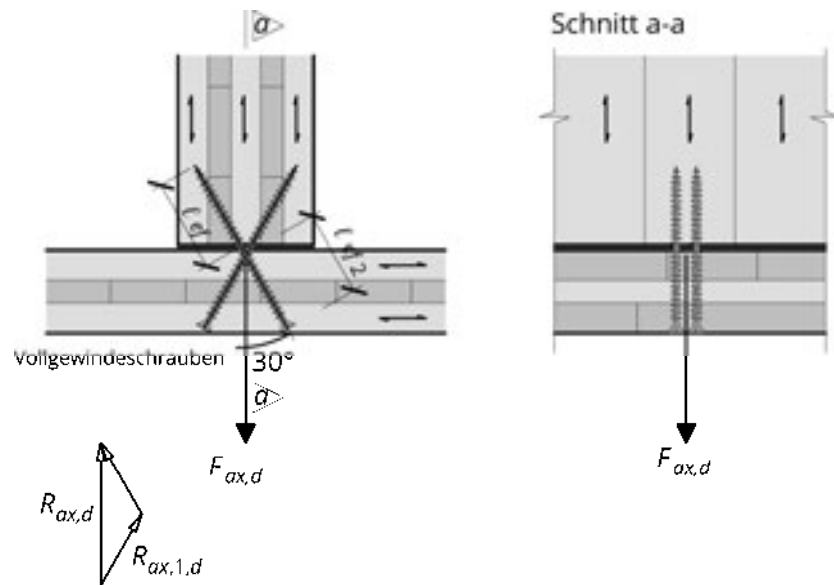


Abbildung 9-14* Aufhängung mittels aus der Wandebene geneigter Vollgewindeschrauben

8.1.3 Horizontalbeschleunigung Erdbeben

Die Formeln (10.4) und (10.5) lauten richtig

$$a_{hor} = \frac{S_e(T)}{q} \quad (10.4)^*$$

$$a_{hor} = 2,5 \cdot a_g \cdot \frac{S}{q} \quad (10.5)^*$$

8.1.4 Allgemeines Gamma-Verfahren nach Schelling

Die Koeffizientenmatrix auf Seite 153 lautet richtig

Koeffizienten-Matrix				
	[V]			
	1	2	3	4
1	$\left[C_{1,2} + \frac{\pi^2 EA_1}{\ell^2} \right] \cdot a_1$	$- C_{1,2} \cdot a_2$	0	0
2	$- C_{1,2} \cdot a_1$	$\left[C_{1,2} + C_{2,3} + \frac{\pi^2 EA_2}{\ell^2} \right] \cdot a_2$	$- C_{2,3} \cdot a_3$	0
3	0	$- C_{2,3} \cdot a_2$	$\left[C_{2,3} + C_{3,4} + \frac{\pi^2 EA_3}{\ell^2} \right] \cdot a_3$	$- C_{3,4} \cdot a_4$
4	0	0	$- C_{3,4} \cdot a_3$	$\left[C_{3,4} + \frac{\pi^2 EA_4}{\ell^2} \right] \cdot a_4$

8.2 Normanpassungen und neue Erkenntnisse

8.2.1 Mindestabständen von selbstbohrenden Holzschrauben

Tabelle 9-8* ist an die Festlegungen in ÖNORM B 1995-1-1:2015 anzupassen.

Tabelle 9-8*

		Belastung in	Belastung im Winkel α zur Faserrichtung der Decklage	Belastung quer zur
Abstand	in Faserrichtung der Decklage	a_1	$4 d$	
	rechtwinkelig zur Faserrichtung der Decklage	a_2	$2,5 d$	
Randabstand	beanspruchter Rand der Decklage	$a_{3,t}$	$6 d$	
	unbeanspruchter Rand der Decklage	$a_{3,c}$	$6 d$	
	beanspruchter Rand der Querlage	$a_{4,t}$	$6 d$	
	unbeanspruchter Rand der Querlage	$a_{4,c}$	$2,5 d$	

Versuche zeigen, dass die Reduktion von mehreren in Faserrichtung hintereinander liegenden Verbindungsmitteln auf eine rechnerisch wirksame Anzahl n_{ef} in Brettsper Holz wegen des Sperreffekts nicht erforderlich ist.

8.2.2 Schwingungsnachweis

Der Schwingungsnachweis wurde nach Erscheinen von Band 1 in der letzten Fassung der ÖNORM B 1995-1-1:2015 in geringem Maße angepasst. Die Änderungen sind in diesem Band dokumentiert (siehe Abschnitt 4.1).

8.2.3 Brandbemessung

Die in Abschnitt 7.2 von Band 1 festgelegten Abbrandraten mit erhöhtem Abbrand für PUR-verklebte Innenlagen wurden laut Klippel, 2016 bestätigt.

8.2.4 Querdruck

Die Pressung quer zur Elementebene wird in ÖNORM B 1991-1-1 mit abweichenden $k_{c,90}$ -Werten geregelt und als wirksame Kontaktfläche wird die tatsächliche Pressungsfläche verwendet.

Neben der aktuellen wissenschaftlichen Diskussion zum Thema Querdruck wird in Abschnitt 4.5.3 dieses Bandes der Querdrucknachweis nach aktuellem Normenstand beschrieben. Zusätzlich wird in Abschnitt 9.2 die rechnerische Ermittlung der Verformungen von BSP-Platten unter Querdruck behandelt.

8.2.5 Lastausbreitung am Plattenstreifen

Die in Abschnitt 11.2.3 von Band 1 angeführten Annahmen zur Lastausbreitung berücksichtigten die Plattentragwirkung noch nicht. Für die Ermittlung der Schnittgrößen können wirksame Breiten angesetzt werden, wie sie in Abschnitt 4.5.2 im vorliegenden Band beschrieben sind.

8.2.6 Lokale Lasteinleitung in Wände

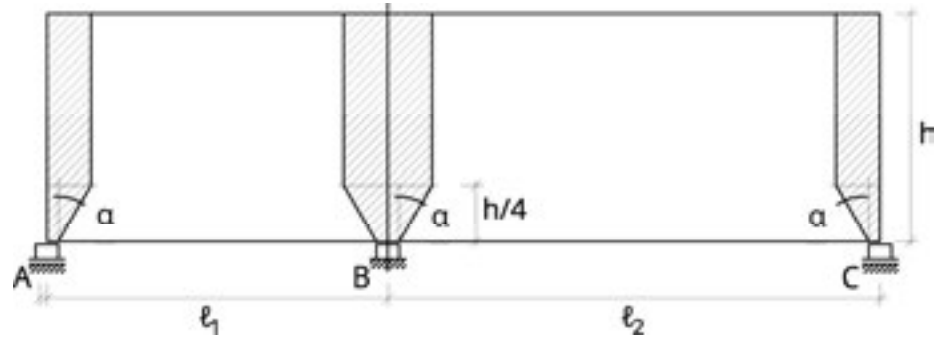


Abbildung 8.1 Lastausbreitung in Wandscheiben nach Band 1

Das beschriebene Modell zur Lastausbreitung in Wänden wurde mit Ergebnissen aus theoretischen Untersuchungen angepasst. Es wurde innerhalb der in Abschnitt 6.2 im vorliegenden Band beschriebenen Grenzen bestätigt.

9 Vertiefte Betrachtungen

9.1 Bestimmung des Schubkorrekturbeiwerts

Wie in Band 1 ausgeführt, führen die beiden Rechenverfahren – das erweiterte Gamma-Verfahren nach Schelling und die Berechnung als schubnachgiebiger Balken nach Timoshenko – zu gleichwertigen Ergebnissen, wenn baupraktische Schlankheitsverhältnisse vorliegen und die Lasten relativ gleichmäßig verteilt sind.

Bei Decken, die abwechselnd über lange und kurze Felder durchlaufen, bei kurzen Kragarmen oder konzentrierten Einzellasten führt der schubnachgiebige Balken zu realitätsnäheren Ergebnissen, da die Ergebnisse nach dem Gamma-Verfahren bei gedungenen Querschnitten stark auf der sicheren Seite liegen.

Für die Modellierung als Flächentragwerk ist das Modell nach Reissner-Mindlin oder ein allgemeiner Trägerrost aus Stäben mit Schub- und Torsionsnachgiebigkeit anzuwenden. Dafür ist die Kenntnis des Schubkorrekturfaktors erforderlich, um die Schubverformungsanteile richtig berücksichtigen zu können.

Die Anwendung des schubnachgiebigen Balkens wurde von Jöbstl für BSP-Elemente aus Brettlagen konstanter Dicke zusammengestellt und in Schickhofer et al., 2010 allgemein beschrieben. Im Anhang von Band 1 wurde die analytische Berechnung für eine tabellarische Berechnung aufbereitet.

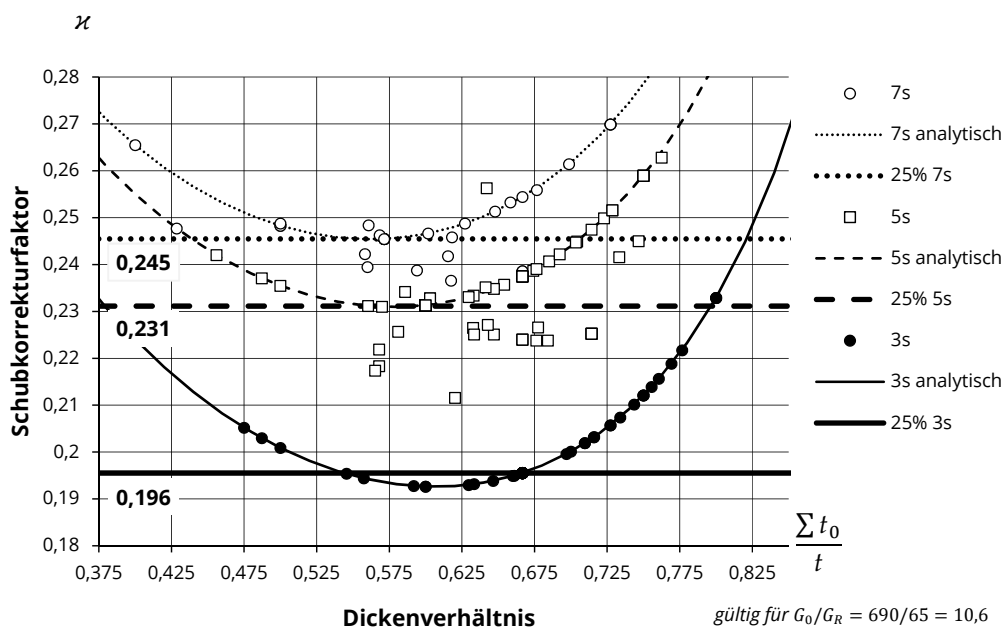


Abbildung 9.1 Schubkorrekturfaktoren für marktübliche BSP-Elemente mit 25% Quantilen

In Abbildung 9.1 wurden die Schubkorrekturbeiwerte für marktübliche BSP-Aufbauten mit den in Abschnitt 3.1 angegebenen Baustoffkennwerten ermittelt und abhängig vom Verhältnis der Summe der Längslagendicken ($\sum t_0$) zur Gesamtdicke (t) dargestellt. Für

drei, fünf und sieben Lagen wurde jeweils jener 25%-Quantil-Wert ermittelt, der nur von einem Viertel der Elemente unterschritten wird. Die so ermittelten Schubkorrekturbeiwerte liegen etwas unter den Schubkorrekturbeiwerten von Jöbstl und führen folglich auf der sicheren Seite liegend zu etwas größeren Verformungen aus Schub.

Für überschlägige Vorbemessungen von Hand oder Kontrollrechnungen wird die Verwendung der Werte aus Tabelle 9-1 empfohlen. In der Regel sind die Schubkorrekturbeiwerte den Produktunterlagen der einzelnen Hersteller zu entnehmen.

Tabelle 9-1 Richtwerte der Schubkorrekturbeiwerte für BSP

	1 Lage	3 Lagen	5 Lagen	7 Lagen	9 Lagen
Schubkorrekturbeiwert (25%-Quantile)	0,833	0,196	0,231	0,245	0,250

Beispiel 9.1 Tabellarische Berechnung des Schubkorrekturbeiwerts

Für eine Decke aus einem BSP-Element 150 5s (30l – 30w – 30 l – 30w – 30l) ist der Schubkorrekturbeiwert zu bestimmen. Für die Baustoffkennwerte gelten die Festlegungen nach Abschnitt 3.1.

Anschließend ist für die einachsig über eine Spannweite von $\ell = 4$ m gespannte Decke mit einer Gleichlast von $q_k = 5$ kN/m² die Durchbiegung w_{inst} zu bestimmen.

Tabellarische Berechnung

Berechnung der Dehnsteifigkeit EA und der Schwerpunktslage z_s

Lage	d	Orientierung	E	G	z_0	EA	$EA \cdot z_0$
	[mm]	[°]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[mm]	[N]	[Nmm]
1	30	0	11.550	690	15	$3,465 \cdot 10^8$	$5,198 \cdot 10^9$
2	30	90	0	65	45	0	0
3	30	0	11.550	690	75	$3,465 \cdot 10^8$	$2,599 \cdot 10^{10}$
4	30	90	0	65	105	0	0
5	30	0	11.550	690	135	$3,465 \cdot 10^8$	$4,678 \cdot 10^{10}$
Σ	150					$1,040 \cdot 10^9$	$7,796 \cdot 10^{10}$

Die Schwerpunktslage ergibt sich aus

$$z_s = \frac{EA \cdot z_0}{EA} = \frac{7,796 \cdot 10^{10}}{1,040 \cdot 10^9} = 75 \text{ mm}$$

Berechnung der Biegesteifigkeit EI und der Schubsteifigkeit GA

<i>Lage</i>	<i>d</i>	<i>ori</i>	<i>z</i>	EI_{eigen}	$EA e^2$	$G \cdot A$
	[mm]	[°]	[mm]	[Nmm ²]	[Nmm ²]	[N]
1	30	0	-60	$2,599 \cdot 10^{10}$	$1,247 \cdot 10^{12}$	$2,070 \cdot 10^7$
2	30	90	-30	0	0	$1,950 \cdot 10^6$
3	30	0	0	$2,599 \cdot 10^{10}$	0	$2,070 \cdot 10^7$
4	30	90	30	$0,000 \cdot 10^{00}$	0	$1,950 \cdot 10^6$
5	30	0	60	$2,599 \cdot 10^{10}$	$1,247 \cdot 10^{12}$	$2,070 \cdot 10^7$
	150			$7,796 \cdot 10^{10}$	$2,495 \cdot 10^{12}$	$6,600 \cdot 10^7$
				$2,573 \cdot 10^{12}$		

Die Biegesteifigkeit und die Schubsteifigkeit ohne Berücksichtigung des Schubkorrekturfaktors ergeben sich zu:

$$EI_y = 2,573 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2 = 2\,573 \text{ kNm}^2 = 2,573 \text{ MNm}^2$$

$$GA = 6,6 \cdot 10^7 \text{ N} = 66000 \text{ kN} = 66 \text{ MN}$$

Berechnung des Schubkorrekturbeiwerts

Lage <i>i</i>	<i>d</i>		<i>E</i>	<i>z</i>	$[E \cdot S]_{z_{k,o}}^{z_{k,u}}$	$\sum_{k=1}^{i-1} [E \cdot S]_{z_{k,o}}^{z_{k,u}}$	$\int_{z_{l,o}}^{z_{l,u}} [E \cdot S]^2$	$\frac{\int [E \cdot S]^2}{G \cdot b}$
	[mm]	[°]	[N/mm²]	[mm]				
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
1	30	0	11.550	-75	-2,079 · 10 ¹⁰	-2,079 · 10 ¹⁰	4,8895 · 10 ²¹	7,0863 · 10 ¹⁵
				-45				
2	30	90	0	-15	0	-2,079 · 10 ¹⁰	1,2967 · 10 ²²	1,9949 · 10 ¹⁷
3 oben	30	0	11.550	0	-1,299 · 10 ⁹	-2,2089 · 10 ¹⁰	7,0371 · 10 ²¹	1,0199 · 10 ¹⁶
3' unten					-1,299 · 10 ⁹	-2,2089 · 10 ¹⁰	-7,0371 · 10 ²¹	-1,0199 · 10 ¹⁶
4	30	90	0	15	0	-2,079 · 10 ¹⁰	-1,2967 · 10 ²²	-1,9949 · 10 ¹⁷
				45				
5	30	0	11.550	75	-2,079 · 10 ¹⁰	-2,079 · 10 ¹⁰	-4,8895 · 10 ²¹	-7,0863 · 10 ¹⁵
Σ	150						Σ je Hälfte	4,335 · 10 ¹⁷

Die Werte der Spalte *e* errechnen sich dabei aus:

$$[E \cdot S]_{z_{k,o}}^{z_{k,u}} = E_k \cdot b \cdot \left(\frac{z_{k,u}^2}{2} - \frac{z_{k,o}^2}{2} \right)$$

z.B. mit Werten für Zelle *e* / 1

$$[E \cdot S]_{z_{k,o}}^{z_{k,u}} = E_k \cdot b \cdot \left(\frac{z_{k,u}^2}{2} - \frac{z_{k,o}^2}{2} \right) = 11550 \cdot 1000 \cdot \left(\frac{-45^2}{2} - \frac{-75^2}{2} \right) = -2,0790 \cdot 10^{10}$$

Die Werte der Spalte *f* erhält man durch Summenbildung der Zeilen der Spalte *e* von der oberen bzw. der unteren Querschnittskante bis zum Schwerpunkt.

Die Werte der Spalte *g* erhält man jeweils durch Auswerten des Polynoms

$$\int_{z_{i,0}}^{z_{i,u}} [E \cdot S]^2 = \frac{b^2 \cdot E_i^2}{60} (3 z_{i,u}^5 - 10 z_{i,0}^2 z_{i,u}^3 + 15 z_{i,0}^4 z_{i,u} - 8 z_{i,0}^5) + \\ + \sum_{k=1}^{i-1} [E \cdot S]_{z_{k,0}}^{z_{k,u}} \cdot \frac{b \cdot E_i}{60} (20 z_{i,u}^3 - 60 z_{i,0}^2 z_{i,u} + 40 z_{i,0}^3) + \left\{ \sum_{k=1}^{i-1} [E \cdot S]_{z_{k,0}}^{z_{k,u}} \right\}^2 (z_{i,u} - z_{i,0})$$

zum Beispiel mit Werten für Zelle *g* / 3 oben erhält man als Zwischenergebnis:

$$\int_{z_{i,0}}^{z_{i,u}} [E \cdot S]^2 = \frac{1000^2 \cdot 11550^2}{60} (3 \cdot 0^5 - 10 \cdot (-15)^2 \cdot 0^3 + 15 \cdot (-15)^4 \cdot 0 - 8 \cdot (-15)^5) - 2,0790 \cdot 10^{10} \\ \cdot \frac{1000 \cdot 11550}{60} (20 \cdot 0^3 - 60 \cdot (-15)^2 \cdot 0 + 40 \cdot (-15)^3) + \left\{ -2,0790 \cdot 10^{10} \right\}^2 (0 - (-15)) \\ = 1,3507 \cdot 10^{19} + 5,4028 \cdot 10^{20} + 6,4834 \cdot 10^{21} = 7,0371 \cdot 10^{21} \\ \int_{z_{i,0}}^{z_{i,u}} [E \cdot S]^2 = 7,0371 \cdot 10^{21}$$

Schließlich erhält man die Werte von Spalte *h* durch Division der Werte von Spalte *g* durch $G_i \cdot b_i$. Das Integral $\frac{\int [E \cdot S]^2}{G \cdot b}$ wird durch Summenbildung der Spalte *h* von den beiden Seiten des Querschnitts bis zum Schwerpunkt ermittelt. Mit den bereits weiter oben ermittelten Schub- und Biegesteifigkeiten kann daraus der Schubkorrekturbeiwert berechnet werden:

$$\kappa_z = \frac{GA}{EI_{y,net}^2} \cdot \frac{\int [E \cdot S]^2}{G \cdot b} = \frac{6,6 \cdot 10^7}{(2,573 \cdot 10^{12})^2} \cdot 4,335 \cdot 10^{17} = 4,322$$

und der Schubkorrekturfaktor

$$\kappa = \frac{1}{\kappa_z} = \frac{1}{4,322} = 0,231$$

ermittelt werden.

Entsprechend Tabelle 9-1 ergibt sich als Abschätzung des Schubkorrekturfaktors für das fünflagige Element ein identischer Wert von $\kappa = 0,231$.

Die effektive Schubsteifigkeit GA_s des Querschnittes ergibt sich somit zu:

$$GA_s = \kappa \cdot GA = 0,231 \cdot \frac{6,6 \cdot 10^7}{1000} = 152\,658 \text{ kN}$$

Die Verformung für den Einfeldträger unter Gleichlast ergibt

$$w = \frac{5 q \ell^4}{384 EI} + \frac{q \ell^2}{GA_s} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 4^4}{384 \cdot 2573} \cdot 1000 + \frac{5 \cdot 4^2}{152658} \cdot 1000 = 6,48 + 0,524 = 7,0 \text{ mm}$$

Der Anteil der Schubverformung an der Gesamtverformung beträgt in diesem Fall rund 7,5 %.

9.2 Verformung bei lokalen Lasten

In Abschnitt 4.5.3 werden lokale Lastenleitungen behandelt. Zur Vervollständigung wird in diesem Abschnitt die Verformungsermittlung mit dem Ansatz einer linearen Lastausbreitung hergeleitet.

9.2.1 Stauchung bei allgemeinen Spannungsverteilungen

Für die Spannungsverteilung aus Punktlasten wird angenommen, dass die Aufstandsfläche quadratisch ist und sich die Spannungen in beide Richtungen der BSP-Platte in einem Winkel von 35° gleichmäßig ausbreiten. Der Wert von 35° (Steigung der Lastausbreitung 1:0,7) ergibt sich für Querdruckspannungen auf dem elastischen Niveau aus einem $2/3$ -Anteil für die Längslagen mit 45° (Steigung 1:1) und einem $1/3$ -Anteil für die Querlagen mit 15° (1:0,268).

Ein Ansatz zur Berechnung der Eindrückungen von Schwellen – also stabförmige Bauteilen – wurde von Pischl, 2007 hergeleitet. Die tatsächliche Spannungsverteilung ist laut Van der Put, 2008 komplexer und lässt keine einfache Integration zu. Die Annahme einer linearen Spannungszunahme stellt jedoch eine gute Näherung dar. Die Form der Spannungsausbreitung ist ein quadratischer Pyramidenstumpf der Höhe t mit der Seithlänge c_1 an der Lasteinleitungsstelle und der Seithlänge c_2 an der Basis, wie in Abbildung 9.2 dargestellt. Die Punktlast $F_{c,90,k}$ wirkt in jedem horizontalen Schnitt gleichmäßig auf die Schnittfläche verteilt.

Die Form der spannungswirksamen Volumina hängt von der Lastsituation ab. Bei Kraftdurchleitungen sind es zwei symmetrische Pyramidenstümpfe der Höhe $t = d/2$ mit ihrer Basis in der Mittelebene der Platte der Stärke d . Bei Krafteinleitungen ohne untere Stütze ist die Tiefe des spannungswirksamen Volumens mit $0,4 \cdot t$ anzunehmen.

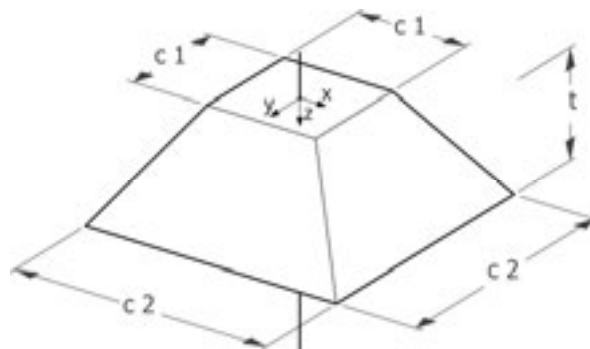


Abbildung 9.2 Spannungswirksames Volumen bei quadratischer Aufstandsfläche und gleicher Ausbreitung in beide Richtungen

Für den quadratischen Pyramidenstumpf als spannungswirksames Volumen ergibt sich:

Quadratischer Pyramidenstumpf

Gleichung für die Seitenlänge in Abhängigkeit von der Koordinate z .

$$c(z) = c_1 - \frac{(c_1 - c_2) \cdot z}{t} \quad (9.1)$$

Die Verformung erhält man durch Integration des Pyramidenstumpfs

$$w_{el} = \int_{z=0}^t \frac{F_{c,90,k}}{E_{90,mean} \cdot A(z)} dz = \int_{z=0}^t \frac{F_{c,90,k}}{E_{90,mean} \cdot c(z)^2} dz \quad (9.2)$$

$$w_{el} = \frac{F_{c,90,k} \cdot t}{E_{90,mean}} \cdot \frac{1}{c_1 \cdot c_2} \quad (9.3)$$

Für den rechteckigen Pyramidenstumpf als spannungswirksames Volumen ergibt sich:

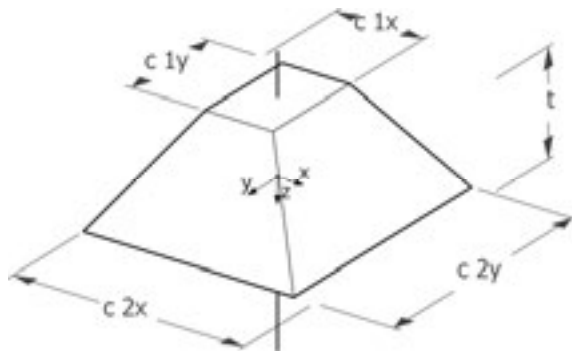


Abbildung 9.3 Spannungswirksames Volumen bei rechteckiger Aufstandsfläche und ungleiche Ausbreitung in beide Richtungen

Rechteckiger Pyramidenstumpf

Gleichung für die Seitenlängen in x-Richtung) und y-Richtung in Abhängigkeit von der Koordinate z .

$$c_x(z) = c_{1x} - \frac{(c_{1x} - c_{2x}) \cdot z}{t} \quad (9.4)$$

$$c_y(z) = c_{1y} - \frac{(c_{1y} - c_{2y}) \cdot z}{t} \quad (9.5)$$

Die Verformung erhält man durch Integration des Pyramidenstumpfs

$$w_{el} = \int_{z=0}^t \frac{F_{c,90,k}}{E_{90,mean} \cdot A(z)} dz = \int_{z=0}^t \frac{F_{c,90,k}}{E_{90,mean} \cdot c_x(z) \cdot c_y(z)} dz \quad (9.6)$$

$$w_{el} = \frac{F_{c,90,k} \cdot t}{E_{90,mean}} \cdot \frac{\ln\left(\frac{c_{1x} \cdot c_{2y}}{c_{2x} \cdot c_{1y}}\right)}{(c_{1x} \cdot c_{2y} - c_{2x} \cdot c_{1y})} \quad (9.7)$$

9.2.2 Stauchung bei Kraftdurchleitung von Stützen

Durch Anwendung der Formel 9.3 für Stützen im Platteninneren und im Eck bzw. Formel 9.7 für Stützen am Rand können die elastischen Stauchungen der Platte abgeschätzt werden.

In Abbildung 9.4 ist der Zusammenhang von Plattendicke zur Stauchung für die Kraftdurchleitung von einer Stütze oberhalb der BSP-Platte zu einer Stütze unterhalb der Platte mit den Querschnittsabmessungen von je 14×14 cm dargestellt. Als Druckspannung in der Kontaktfläche der Stützen wurde auf beiden Seiten $\sigma_{c,90,k} = 3 \text{ N/mm}^2$ angenommen. Das entspricht einem charakteristischen Wert der Auflast von $F_k = 58,8 \text{ kN}$. Der E-Modul quer zur Faser wurde mit $E_{90,mean} = 450 \text{ N/mm}^2$ berücksichtigt.

Durch die bessere Spannungsverteilung zeigen dickere Decken eine geringere Stauchung bezogen auf ihre Dicke. Selbst bei dünnen Decken liegt die rechnerische Stauchung bei Erreichen des charakteristischen Wertes der Druckfestigkeit bei etwa 0,5 %.

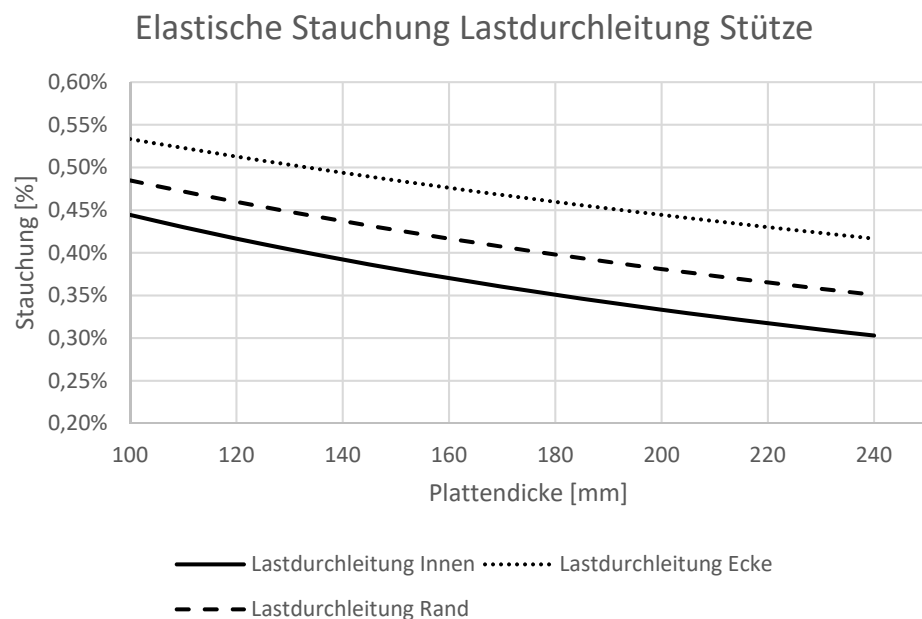


Abbildung 9.4 Stauchung der BSP-Platte bei Kraftdurchleitung einer Stütze.

9.2.3 Stauchung bei Kraftdurchleitung von Wänden

Für Linienlasten ist davon auszugehen, dass die Lastausbreitung nur in eine Richtung möglich ist. Der Körper für die angenommene Spannungsverteilung entspricht dann einem Prisma, wie in Abbildung 9.5 dargestellt.

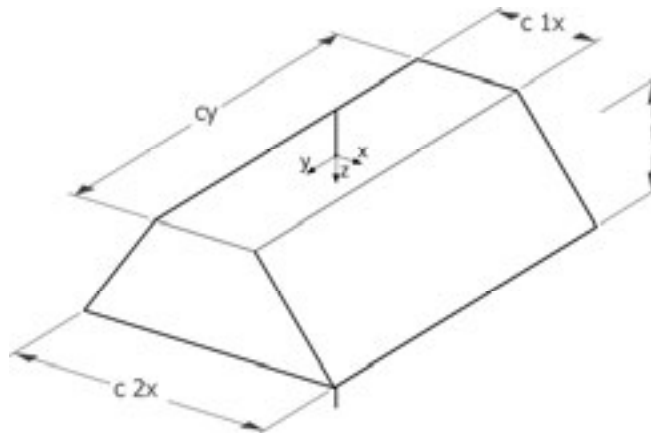


Abbildung 9.5 Spannungsverteilung bei Linienförmiger Last

In Abbildung 9.6 ist der Zusammenhang von Plattendicke zur Stauchung für die Kraftdurchleitung von einer Wand an der Oberseite der Platte zu einer Wand an der Unterseite jeweils mit der Wandstärke von 14 cm dargestellt. Als Druckspannung in der Kontaktfläche der Wand wurde auf beiden Seiten $\sigma_{c,90,k} = 3 \text{ N/mm}^2$ angenommen. Das entspricht einem charakteristischen Wert der Auflast von $F_k = 420 \text{ kN/m}$. Der E-Modul quer zur Faser wurde mit $E_{90,mean} = 450 \text{ N/mm}^2$ berücksichtigt.

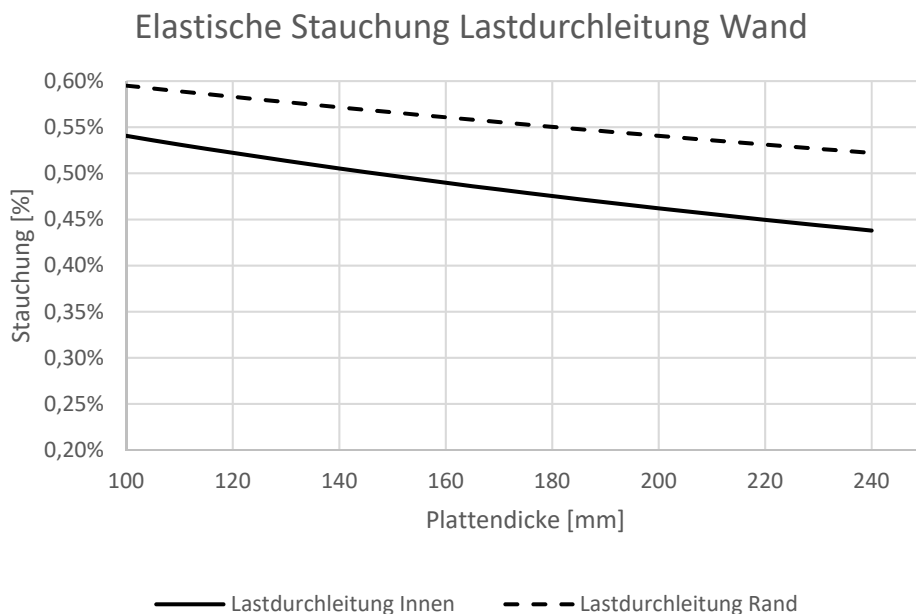


Abbildung 9.6 Stauchung der BSP-Platte bei Kraftdurchleitung einer Wand.

9.3 Modellierung als allgemeiner Trägerrost

Da das Tragverhalten von Platten maßgeblich von ihrer Drillsteifigkeit abhängt muss die Drillsteifigkeit auch bei der Modellierung der Platte als Trägerrost aus Stäben richtig erfasst werden. Der klassische Trägerrost mit biegesteifen aber vollkommen drillweichen Stäben ist zu einem allgemeinen Trägerrost zu erweitern indem die Drillsteifigkeit und die Schubsteifigkeit der Stäbe berücksichtigt werden. Zur Umrechnung der Plattendrillsteifigkeit von Brettspertholz auf die Steifigkeiten einzelner Stabquerschnitte eines Trägerrosts können die Zusammenhänge aus Girkmann, 1968 und Bareš et al., 1968 in Form von Differentialgleichungen herangezogen werden.

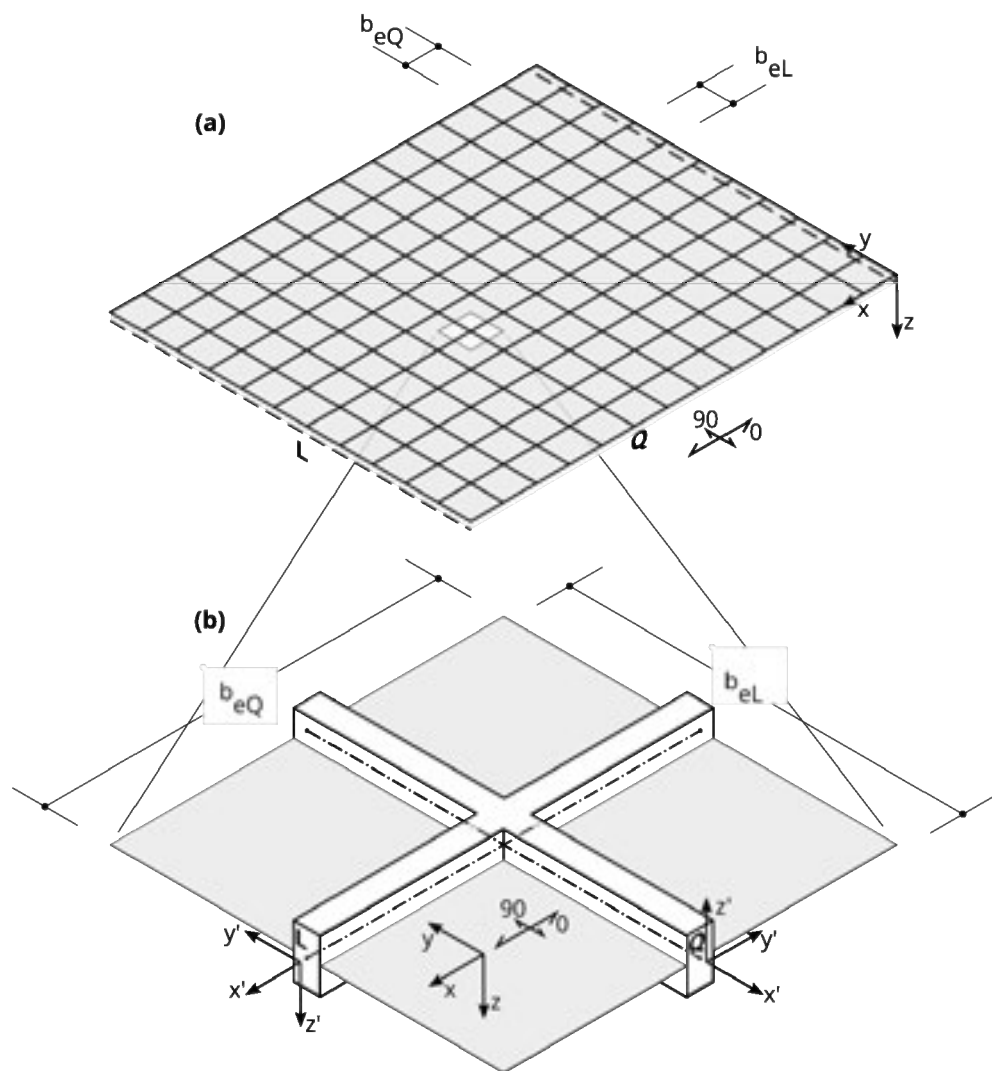


Abbildung 9.7 Brettspertholzfläche (a) als Trägerrostmodell (b) mit Längsstäben (L) und Querstäben (Q)

9.3.1 Vergleich der Differentialgleichungen

Das Tragverhalten orthotroper Platten kann durch die Differentialgleichung der Biegefläche formuliert werden. Bezieht man die Querschnittssteifigkeiten der einzelnen Balken im Trägerrost auf die Längeneinheit, so geht der Trägerrost in eine äquivalente orthotrope Platte über.

Bareš und Massonnet zeigen in Bareš et al., 1968, dass die Differentialgleichung in beiden Fällen folgenden Aufbau hat:

$$K_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + K_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (9.8)$$

Der Unterschied zwischen orthotropen Platten und Trägerrosten liegt in der Ermittlung der Steifigkeiten, wie sie einander in Tabelle 9-2 gegenübergestellt werden. Die zugehörigen Maßangaben sind Abbildung 9.7 zu entnehmen.

Tabelle 9-2 Steifigkeiten für Platte und Trägerrost

		orthotrope Platten	Trägerroste
K_x	Biegesteifigkeit in x-Richtung	$K_x = E I_{0,net}$	$K_x = E \frac{I_{yL}}{b_{eL}}$
K_y	Biegesteifigkeit in y-Richtung	$K_y = E I_{90,net}$	$K_y = E \frac{I_{yQ}}{b_{eQ}}$
$2H$	Term für die Torsionsanteile	$2H = (K_x \mu_y + K_y \mu_x) + 4C$	$2H = G \frac{I_{TL}}{b_{eL}} + G \frac{I_{TQ}}{b_{eQ}}$
	Drillsteifigkeit der Platte	$2C = 2K_{xy}$	

Für Platten aus Brettsper Holz werden in der Regel die Querdehnnzahlen μ gleich Null gesetzt und aus den Termen für die Torsionsanteile $2H$ können die Torsionsträgheitsmomente der Stäbe aus den Plattensteifigkeiten K_{xy} nach Formel (7.1) berechnet werden.

$$I_{TL} = 2 b_{eL} \frac{K_{xy}}{G} \cdot \frac{2 b_{eQ}^2}{b_{eQ}^2 + b_{eL}^2} \quad (9.9)$$

$$I_{TQ} = 2 b_{eQ} \frac{K_{xy}}{G} \cdot \frac{2 b_{eL}^2}{b_{eQ}^2 + b_{eL}^2} \quad (9.10)$$

Für quadratmaschige Trägerroste (also $b_e = b_{eL} = b_{eQ}$) vereinfachen sich die Torsionsträgheitsmomente zu:

$$I_{TL} = 2 b_e \frac{K_{xy}}{G} = 2 b_e \cdot I_{xy} = 2 \cdot k_D \cdot \frac{b_e \cdot d^3}{12} \quad (9.11)$$

$$I_{TQ} = 2 b_e \frac{K_{xy}}{G} = 2 b_e \cdot I_{xy} = 2 \cdot k_D \cdot \frac{b_e \cdot d^3}{12} \quad (9.12)$$

mit k_D nach Formel (7.2)

Alle übrigen Steifigkeiten der Stäbe können direkt aus den Steifigkeiten der BSP-Platte gewonnen werden, indem sie mit dem zur jeweiligen Stabrichtung gehörenden Abstand

multipliziert werden. In der Regel werden für Elastizitätsmodul und Schubmodul Referenzwerte gewählt und zugehörige Querschnittswerte der Stäbe angegeben.

Für die Querschnittsflächen ergibt sich folglich:

$$A_{xL} = b_{eL} A_{0,net} \quad (9.13)$$

$$A_{xQ} = b_{eQ} A_{90,net} \quad (9.14)$$

Auch die in der obigen Differentialgleichung nicht angeführten Schubflächen für die Stäbe L und Q können aus den bekannten Plattensteifigkeiten ermittelt und über ein schubweiches Stabmodell abgebildet werden:

$$A_{zL} = b_{eL} A_{z0,net} \quad (9.15)$$

$$A_{zQ} = b_{eQ} A_{z90,net} \quad (9.16)$$

Zur Abbildung der Scheiben-Schubsteifigkeit werden die Schubflächen jeweils in die lokalen y-Richtungen der Stäbe L und Q errechnet:

$$A_{yL} = b_{eL} \frac{5}{6} A_{0,net} \quad (9.17)$$

$$A_{yQ} = b_{eQ} \frac{5}{6} A_{90,net} \quad (9.18)$$

Die Trägheitsmomente der Stäbe L und Q für Biegung um die y-Achsen ergeben sich zu:

$$I_{yL} = b_{eL} I_{0,net} \quad (9.19)$$

$$I_{yQ} = b_{eQ} I_{90,net} \quad (9.20)$$

Die Trägheitsmomente für Biegung um die lokalen z-Achsen, also Biegung in Scheibenebene sind:

$$I_{zL} = \frac{b_{eL}^3 d_{0,net}}{12} = \frac{b_{eL}^3 A_{0,net}}{12} \quad (9.21)$$

$$I_{zQ} = \frac{b_{eQ}^3 d_{90,net}}{12} = \frac{b_{eQ}^3 A_{90,net}}{12} \quad (9.22)$$

Damit sind alle sechs Querschnittswerte der Stäbe für das Modell als allgemeiner räumlicher Trägerrost bestimmt.

9.3.2 Modell für die Berechnung als Stabrost

Mit den oben angeführten Steifigkeiten können sowohl die zweiachsige Plattentragwirkung als auch die Scheibentragwirkung von Flächentragwerken als Stabmodell abgebildet werden. Zur Berechnung ist eine beliebige Software für räumliche Stabwerke erforderlich. Die Berücksichtigung der Schubnachgiebigkeit der Stäbe ist wünschenswert. Die richtige Festlegung der Drillsteifigkeit ist jedoch wesentlicher.

Für die Netzteilung kann – ähnlich zu den Empfehlungen zur FEM-Methode – als Kleinstmaß eine Gitterweite der Größe $a = 15 \text{ cm}$ oder ein Vielfaches davon herangezogen werden. Ein Vergleich zwischen einer Berechnung mittels FEM-Methode und einem allgemeinen Trägerrost zeigte sehr gute Übereinstimmungen, da die

Drillsteifigkeit im Trägerrost richtig abgebildet wurde, wie Abbildung 9.8 und Abbildung 9.9 zeigen.

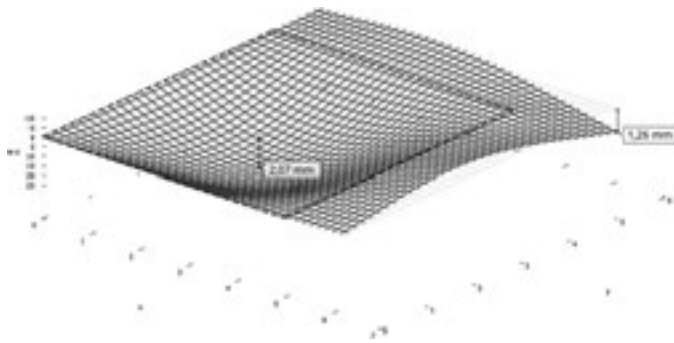


Abbildung 9.8 Verformte Figur Trägerrostberechnung

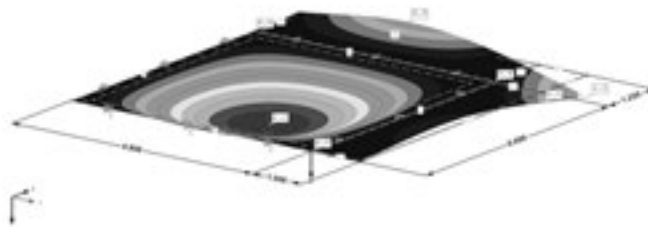


Abbildung 9.9 Ergebnis der Finite-Element-Berechnung

9.3.3 Dreiseitig gelagerte Platten

Das Tragverhalten von dreiseitig gelagerten Platten – wie sie beispielsweise bei Balkonen auftreten – hängt in starkem Maße von ihrer Drillsteifigkeit ab.

Betrachtet man zunächst eine an zwei einander gegenüberliegenden Rändern gelagerte – also einachsig gespannte – Platte unter Gleichlast, so wird die maximale Durchbiegung entlang einer Linie in der Mitte zwischen den beiden Auflagern auftreten. Die beiden freien Ränder biegen sich etwa parabelförmig durch. Durch Einführen einer dritten Lagerung als dreiseitig gelagerte Platte wird diese Durchbiegung entlang des neu gelagerten Randes aufgehoben.

Dabei werden bei hoher Drillsteifigkeit die Verformungen insgesamt geringer, da Torsionsmomente bei der Lastabtragung mitwirken. Bei verhältnismäßig drillweichen Platten überwiegt jedoch die Biegetragwirkung. Durch Anheben des dritten Randes wird die ursprünglich horizontale Linie der maximalen Durchbiegungen auf einer Seite gehoben und verdreht. Der gegenüberliegende Rand wird dabei abgesenkt und die Durchbiegung am freien Rand der dreiseitig gelagerten drillweichen Platte wird höher als jene der zweiseitig gelagerten Platte.

Eine Variation der Drillsteifigkeit, wie in Abbildung 9.10 dargestellt zeigt, dass Brettsper Holz in der Regel im drillweichen Bereich liegt. Damit werden bei Platten über dem gleichen rechteckigen Grundriss die Durchbiegungen bei einachsig in Haupttragrichtung gespannten Platten geringer, als bei dreiseitiger Lagerung.

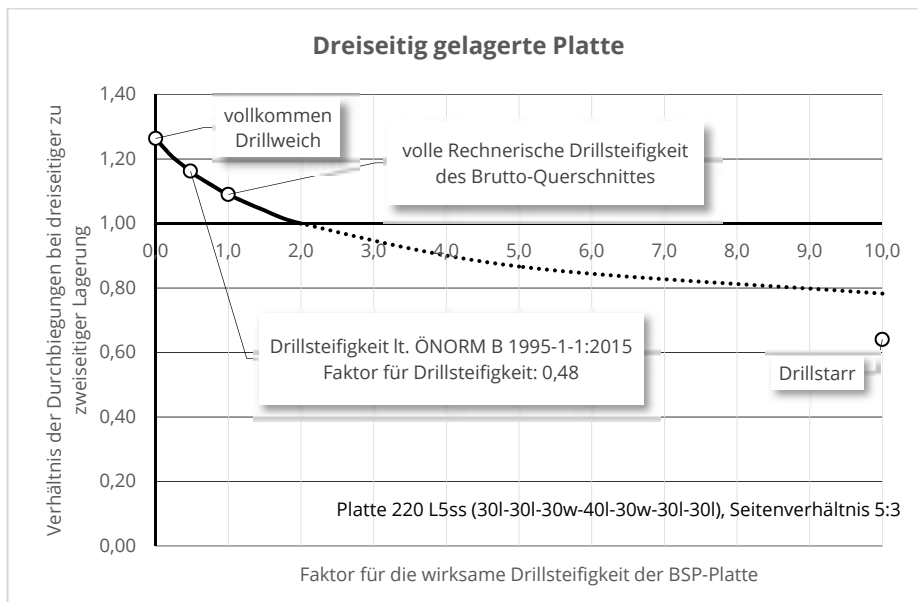


Abbildung 9.10 Einfluss der Drillsteifigkeit auf die Durchbiegung

10 Quellen

10.1 Normen

EN 1990:2013	Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung (konsolidierte Fassung) Ausgabedatum: 2013-03-15
ÖNORM B 1995-1-1:2015	Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau - Nationale Festlegungen zur Umsetzung der ÖNORM EN 1995-1-1, nationale Erläuterungen und nationale Ergänzungen. Ausgabedatum: 2015-06-15
EN 1995-1-1:2015	Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau (konsolidierte Fassung). Ausgabedatum: 2015-06-15

10.2 Literatur

- Augustin et al., 4/2017 Augustin, Flatscher, Tripolt, Schickhofer: Messung der Vorkrümmungsamplituden von planmäßig mittig gedrückten BSP-Elementen zur Festlegung des Imperfektionsbeiwertes für den Knicknachweis, Bericht 03_2017 der holz.bau forschungs GmbH, Graz. Manuskript der Verfasser.
- Augustin et al., 3/2017 Augustin, Thiel: Proposal for the determination of the effective width and the verification of ribbed plates. Research report 02_2017 holz.bau forschungs GmbH, Graz. Manuskript der Verfasser.
- Bareš et al., 1968 Richard Bareš, C.E. Massonnet: Analysis of Beam Grids and Orthotropic Plates by the Guyon-Massonnet-Bareš Method. London: Lockwood, 1968.
- Blaß, 2004 Hans Joachim Blaß, Rainer Görlacher: Compression perpendicular to the grain
Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering, Lahti, Finland. WCTE 2004. Vol. 2
- Bogensperger et al., 2014 T. Bogensperger, M. Augustin: Lasteinleitung in Wandscheiben aus Brettsperrholz, Forschungsbericht der holz bau forschungs gmbh, Technische Universität Graz. Eigenverlag: Graz, 2014
- Ciampitti, 2013 Alessandro Ciampitti: Untersuchung ausgewählter Einflussparameter auf die Querdruckknickgrößen von Brettsperrholz Materialarbeit, Institut für Holzbau Institut für Holzbau und Holztechnologie, Graz, Technische Universität, 2013
- DAfStb, 1988 Deutsche Ausschuss für Stahlbeton DAfStb [Hrsg.]: Heft 240, Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formveränderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045, Ausgabe Juli 1988
- Girkmann, 1968 Karl Girkmann: Flächentragwerke: Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke. 6. Auflage. Wien: Springer, 1968.
- Halili, 2008 Ylli Halili: Versuchstechnische Ermittlung von Querdruckknickgrößen für Brettsperrholz, Diplomarbeit, Institut für Holzbau Institut für Holzbau und Holztechnologie, Graz, Technische Universität, 2008
- Jöbstl, 2007 Robert Jöbstl: Praxisgerechte Bemessung von Brettsperrholz. - in: Ingenieurholzbau Karlsruher Tage, Forschung für die Praxis. Karlsruhe am: 04.10.2007
- Klippel, 2016 Michael Klippel, Andrea Frangi: Brandverhalten von Brettsperrholz. In Bautechnik, Ausg. 93 von August 2016, Seiten 567-573. Berlin: Ernst und Sohn.
- Leonhardt, 1973 F. Leonhardt, E. Mönning: Vorlesungen über Massivbau, Band 1. Springer: Berlin, Heidelberg, New York, 1973
- Leijten et al., 2012 Leijten, A. J. M., & Jorissen, A. J. M. (2012). The local bearing capacity perpendicular to grain of structural timber elements. Construction and Building Materials, 27(1), 54-59. DO

- Mestek, 2011 Peter Mestek: Punktgestützte Flächentragwerke aus Brettsperrholz (BSP) – Schubbemessung unter Berücksichtigung von Schubverstärkungen, Dissertation TU, München, 2011
- Petersen, 1992 Christian Petersen: *Statik Und Stabilität Der Baukonstruktionen: Elasto- Und Plasto-Statistische Berechnungsverfahren Druckbeanspruchter Tragwerke ; Nachweisformen Gegen Knicken, Kippen, Beulen*. Braunschweig [u.a.]: Vieweg, 1992.
- Pischl, 2007 Richard Pischl: Bemessung Im Holzbau: Zum Einfluss Nachgiebiger Anschluss Und Stoßausbildungen Auf Statik Und Stabilität Von Holztragwerken. Graz: proHolz Austria, 2007
- Polónyi, 1987 Polónyi, Stefan: mit zaghafter Konsequenz – Aufsätze und Vorträge Zum Tragwerksentwurf, 1961-1987. Braunschweig: Fr. Vieweg, 1987.
- Pürgstaller, 2008 Andreas Pürgstaller: Tornadoshelters: an application for timber massive construction / of Andreas Pürgstaller. Graz, Technische Universität, Institut für Holzbau und Holztechnologie., Diplomarbeit , 2008
- Rombach, 2015 Rombach, Günter: Anwendung Der Finite-Elemente-Methode im Betonbau - Fehlerquellen und ihre Vermeidung. Berlin: Ernst, Wilhelm & Sohn, 2015
- Schickhofer et al., 2010 Gerhard Schickhofer, Thomas Bogensberger, Thomas Moosbrugger: BSPhandbuch, Holz Massivbauweise in Brettsperrholz: Nachweise auf Basis des neuen europäischen Normenkonzepts. Graz: Verlag d. Technischen Universität Graz, 2010.
- Silly, 2010 Gregor Silly: Numerische Studien zur Drill- und Schubsteifigkeit von Brettsperrholz (BSP). Graz, Technische Universität, Institut für Holzbau und Holztechnologie.Diplom-Arbeit, 2010. -
- Van der Put, 2008 T. A. C. M. van der Put : Derivation of the bearing strength perpendicular to the grain of locally loaded timber blocks. In Holz als Roh-und Werkstoff: European Journal of Wood and Wood Products, 66 (6). Springer, 2008
- Wallner-Novak et al., 2013 Markus Wallner-Novak, Josef Koppelhuber, Kurt Pock: Brettsperrholz Bemessung, Grundlagen für Statik und Konstruktion nach Eurocode. Wien: ProHolz Austria, 2013
- Winter, 2008 Stefan Winter: Holzbau Der Zukunft: Teilprojekt 15. Stuttgart: Fraunhofer-IRB-Verl, 2008.

